



Elisabeth Reicher-Pirchegger, Karoline Rettenbacher & Catherine Walter-Laager,

Frühe mathematische Bildung zur Sprache bringen

Arbeitsmaterial für Aus-, Fort- und Weiterbildungen sowie Teamsitzungen

phburgenland
Pädagogische Hochschule Burgenland

We work for
tomorrow



Elisabeth Reicher-Pirchegger, Karoline Rettenbacher & Catherine Walter-Laager

Frühe mathematische Bildung zur Sprache bringen

Arbeitsmaterial für Aus-, Fort- und Weiterbildungen sowie Teamsitzungen

Impressum

2. Auflage

Eigentümer und Herausgeber: Universität Graz ©2021, Arbeitsbereich Elementarpädagogik

Unbeschränktes Nutzungsrecht: PH Burgenland

Gestaltung und Layout: Daniela Jesacher u. Claudia Traub, Presse und Kommunikation, Universität Graz

Fotos: aus privater Hand und aus verschiedenen Schweizer Kindergärten

Alle verwendeten Texte, Fotos und grafischen Gestaltungen sind urheberrechtlich geschützt und dürfen ohne Zustimmung des Urhebers bzw. Rechteinhabers außerhalb der urheberrechtlichen Schranken nicht von Dritten verwendet werden.

Dieses Projekt wurde in Kooperation mit der PH Burgenland bearbeitet.

Zitiervorschlag

Reicher-Pirchegger, Elisabeth, Rettenbacher, Karoline & Walter-Laager, Catherine, (2020). Frühe mathematische Bildung zur Sprache bringen. Arbeitsmaterial für Aus-, Fort- und Weiterbildungen sowie Teamsitzungen. Graz: Universität Graz.



Universität Graz
Umwelt-, Regional- und Bildungswissenschaftliche Fakultät
Institut für Bildungsforschung und PädagogInnenbildung
Arbeitsbereich Elementarpädagogik

INHALT

Dank.....	6
Autorinnen	7
Übersicht – Frühe mathematische Bildung zur Sprache bringen	8
Einleitung - gute Qualität in der frühen mathematischen Bildung zur Sprache bringen.....	9
1. Didaktische Vorüberlegungen in der Elementarpädagogik - ein Spiel der Möglichkeiten	10
2. Bildungssprachliche Impulse in der Elementarpädagogik	14
3. Prozessbezogene Kompetenzen	19
4. Mathematischer Inhaltsbereich – Muster und Strukturen	20
4.1 Strukturierungen	20
4.2 Fortlaufende Muster.....	21
4.3 Wachsende Muster.....	22
4.4 Sortieren und Klassifizieren.....	22
5. Mathematischer Inhaltsbereich – Zahlen und Operationen	26
5.1 Simultanes Erfassen.....	26
5.2 Zählen.....	27
5.3 Teil-Ganzes-Beziehung.....	29
5.4 Operationen.....	29
5.4.1 Addition und Subtraktion	29
5.4.2 Multiplikation und Division	30
6. Mathematischer Inhaltsbereich – Raum und Form.....	34
6.1 Räumliche Vorstellung und Visualisierung.....	34
6.2 Räumliche Orientierung.....	35
6.3 Geometrische Formen	35
6.4 Geometrische Körper.....	37
7. Mathematischer Inhaltsbereich – Größen und Messen.....	40
7.1 Schätzen und Vergleichen.....	41
7.2 Prinzip des Messens	41
7.3 Länge.....	42
7.4 Fläche	43
7.5 Volumen.....	43
8. Mathematischer Inhaltsbereich – Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten	46
8.1 Daten und Häufigkeiten.....	46
8.2 Wahrscheinlichkeiten.....	47
Literatur	50

DANK

Mathematisches Wissen und mathematische Erfahrungen sind Teil unseres Alltags. Oft vermitteln wir den Kindern bereits in jungen Jahren unbewusst ein Verständnis für Formen und Mengen oder Größen und Muster im Rahmen alltäglicher Aufgaben und Routinen. In der Elementarpädagogik werden den Kindern bewusst und gesteuert soziale wie auch materielle Anregungen geboten, um diese mathematischen (Erst-)Erfahrungen zu sammeln und so ein gutes mathematisches Basiswissen aufzubauen.

Das vorliegende Begleitheft versteht sich als ein Arbeitsinstrument, das unterschiedliche Anstöße bieten will, um sich der mathematischen Bildung im Kindergarten / in der Kinderkrippe verstärkt zuzuwenden, und legt den Fokus auf die Vermittlung einer „frühen mathematischen Sprache“, d.h. den Erwerb der mathematischen Begriffswelt. Sie richtet sich an alle Fachpersonen der Elementarpädagogik: KindergartenpädagogInnen, ErzieherInnen, Kindergarten-LeiterInnen, DozentInnen in der Ausbildung oder FortbildnerInnen und bietet neben theoretischen Erläuterungen Beispiele für die Praxis, Checklisten sowie Videos zum Thema.

Für die Initiative und das Zustandekommen dieser Handreichung danken wir der Pädagogischen Hochschule des Landes Burgenland, dem Rektorat der Universität Graz und den MitarbeiterInnen des zuständigen Arbeitsbereichs sowie allen mitwirkenden pädagogischen Fachpersonen, Eltern bzw. Erziehungsberechtigten und Kindern, die uns ihr Einverständnis für die Filmaufnahmen und die Nutzung der Fotos gegeben haben.

Ich hoffe, dass die vorliegende Zusammenführung von Erkenntnissen aus der Theorie, Forschung und Praxis für viele Fachpersonen und alle Interessierten eine Bestätigung, Unterstützung und Anregung ist.

Ihre



Catherine Walter-Laager, Univ.-Prof.ⁱⁿ Dr.ⁱⁿ habil.
Leitung Arbeitsbereich Elementarpädagogik Universität Graz

AUTORINNEN

Univ.- Prof.in Dr.in phil. Catherine Walter-Laager (Projektleitung),

ist ausgebildete Erziehungswissenschaftlerin, Erwachsenenbildnerin und Kindergartenpädagogin bzw. Lehrperson der Kindergartenstufe. Sie leitet den Arbeitsbereich der Elementarpädagogik und das Zentrum für Professionalisierung für Elementarpädagogik an der Universität Graz und ist Vizerektorin für Studium und Lehre der Universität Graz. Ihre Arbeitsschwerpunkte im Bereich der Elementarpädagogik sind: Qualität in Kinderkrippen, Kindergärten und Kitas sowie Lehr-Lernprozesse in der frühen Kindheit.



Mag.phil. Elisabeth Reicher-Pirchegger (Projektmitarbeit)

ist ausgebildete Kindergartenpädagogin, Sozial- und Integrationspädagogin und ist Erziehungswissenschaftlerin. Zunächst im Bereich der Forschung (Zentrum für Schulentwicklung; 2004-2006) und der Lehre (Pädagogische Hochschule Steiermark; 2008-2020) tätig, ist sie seit Februar 2020 als Universitätsassistentin im Arbeitsbereich Elementarpädagogik an der Universität Graz beschäftigt. Ihre wissenschaftlichen Schwerpunkte in Forschung und Lehre beziehen sich auf die Pädagogik der frühen Entwicklungs- und Bildungsprozesse.

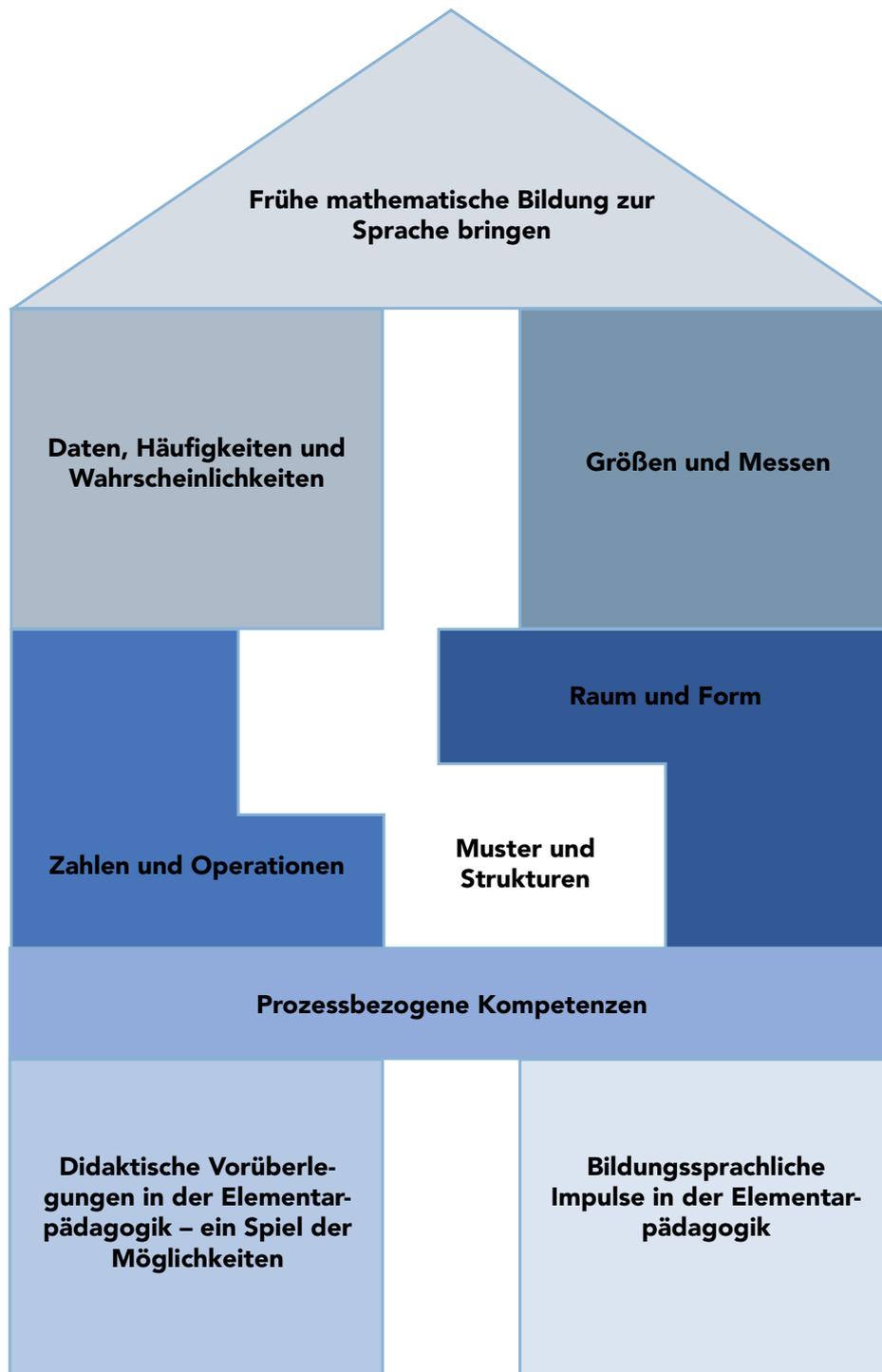


Karoline Rettenbacher, BA MA (Projektmitarbeit)

ist ausgebildete Kindergarten- und Sozialpädagogin mit Praxiserfahrung in der Nachmittagsbetreuung. Sie hat Sozialpädagogik mit dem Fachschwerpunkt Elementarpädagogik studiert. Seit Juli 2018 ist sie als Projektmitarbeiterin und seit Mai 2020 als Universitätsassistentin im Arbeitsbereich Elementarpädagogik an der Universität Graz tätig. Ihre Forschungsschwerpunkte sind: frühe mathematische Bildung und digitale Medien in der Kindheit.



ÜBERSICHT – FRÜHE MATHEMATISCHE BILDUNG ZUR SPRACHE BRINGEN



EINLEITUNG - GUTE QUALITÄT IN DER FRÜHEN MATHEMATISCHEN BILDUNG ZUR SPRACHE BRINGEN

Gute Qualität in elementarpädagogischen Einrichtungen hat viele Facetten und zeigt im pädagogischen Alltag vielfältige Gestaltungsspielräume. In dem vorliegenden Begleitheft wollen wir die Qualität im Bereich der frühen mathematischen Bildung ins Zentrum stellen und dabei auf den Erwerb der Bildungssprache fokussieren, welche für den Erfolg in unserem Bildungssystem besonders relevant ist.

Frühe mathematische Bildung ist im pädagogischen Kindergartenalltag präsent: Es wird häufig gezählt, sortiert, geteilt und dies in unterschiedlichsten Varianten. Frühe mathematische Bildung umfasst aber noch mehr. So werden neben den prozessbezogenen Kompetenzen (Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen und Modellieren) die Inhaltsbereiche „Zahlen und Operationen“, „Größen und Messen“, „Raum und Form“ sowie „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ unterschieden; „Muster und Strukturen“ gilt dabei als mathematischer Querschnittsbereich. Ihre ersten Erfahrungen mit mathematischen Konzepten und Inhalten sammeln Kinder schon vor dem Besuch elementarpädagogischer Einrichtungen. Ihr mitgebrachtes Vorwissen und ihre Kompetenzen im Bereich der frühen mathematischen Bildung können dabei sehr unterschiedlich sein (Fuson et al., 2015; Klibanoff et al., 2006).

Die Ergebnisse einer Studie von Lehl et al. (2016) zeigen, dass eine hohe pädagogische Qualität nicht nur Auswirkungen auf die mathematischen Fähigkeiten der Kinder hat, während diese eine elementarpädagogische Einrichtung besuchen, sondern dieser positive Effekt auch noch beim Eintritt in die Schule und darüber hinaus besteht (Lehl et al., 2016). Für das Lernen der Kinder im Bereich der frühen mathematischen Bildung ist es wichtig, dass sie in allen mathematischen Inhaltsbereichen vielfältige Erfahrungen sammeln, mathematische Grundkonzepte verstehen und in die mathematische Begriffswelt eintauchen können. Die tägliche Arbeit einer pädagogischen Fachperson in einer elementarpädagogischen Einrichtung unterscheidet sich von der einer Lehrkraft. In Kindergärten und noch stärker in den Kinderkrippen besitzt das Lernen in situativen Kontexten und in eher informellen Settings einen hohen Stellenwert. Die Inhalte orientieren sich dabei an der Lebenswelt der Kinder und schaffen Sprachanlässe, in denen z. B. über das gerechte Aufteilen von Spielzeugautos, das Muster der aufgefädelten Perlen oder die Wahrscheinlichkeit der gewürfelten Zahlen gesprochen werden kann (Grassmann, 2015).

Das Spiel als entwicklungsgemäße und motivierende Lernaktivität, das gemeinsame Erkunden im Rahmen der Gemeinschaftsaktivitäten, das Explorieren in der Lernumgebung bzw. in Alltagssituationen oder das Betrachten von Bilderbüchern werden als Ausgangspunkte genommen und gezielt genutzt, um mathematische Lernprozesse anzuregen und zu unterstützen (Gasteiger, 2010; Gasteiger & Benz, 2016; Hirsh-Pasek et al., 2009; Kaufmann, 2010; Schuler, 2013; van den Heuvel-Panhuizen et al., 2009; van Oers, 2010). Qualitätsvolle frühe mathematische Bildung bedeutet, dass Kinder über das gemeinsame Nachdenken (Sustained Shared Thinking) und das Selbsttätigwerden auf entdeckende, spielerische und forschende Weise vielfältige Erfahrungen in allen mathematischen Inhaltsbereichen machen können.

Eine qualitätsvolle und dem Lernstand der Kinder angemessene Bildungssprache ermöglicht den Kindern den Zugang zu einem Wortschatz, welcher die kognitive Auseinandersetzung mit Lerninhalten ermöglicht und auch für schulische Lerninhalte fit macht. Das gilt besonders für Kinder aus bildungsfernen Milieus.

Brandt & Gogolin (2016) formulierten Qualitätsmerkmale für eine durchgängige Sprachbildung unter besonderer Berücksichtigung bildungssprachlicher Anforderungen.

Pädagogischen Fachpersonen legen sie nahe,

- die individuellen sprachlichen Voraussetzungen und die individuellen Entwicklungsprozesse der Kinder zu beobachten;
- den pädagogischen Alltag mit Blick auf die Bildungssprache zu planen und zu gestalten und eine Verbindung zwischen Alltags- und Bildungssprache herzustellen;
- den Kinder Gelegenheiten und eine spezifisch vorbereitete Lernumgebung zu ermöglichen, um ihre allgemeinen und bildungssprachlichen Fähigkeiten zu erwerben und aktiv einzusetzen;
- Kinder in ihren individuellen Sprachbildungsprozessen zu unterstützen; (Brandt & Gogolin, 2016).

Die nachfolgenden theoretischen und elementardidaktischen Überlegungen, pädagogischen Impulse und Reflexionsmöglichkeiten wollen in diesem Sinne eine Handreichung für den Bereich der frühen mathematischen Bildung sein. Sie beinhalten Ideen für den pädagogischen Alltag und umfassen neben der Darstellung der mathematischen Inhaltsbereiche auch eine Einführung in die Begrifflichkeiten der Mathematik.

1. Didaktische Vorüberlegungen in der Elementarpädagogik – ein Spiel der Möglichkeiten

Die Qualitätsentwicklung und -sicherung in elementarpädagogischen Einrichtungen wurde in den letzten Jahren besonders intensiv diskutiert und erforscht. Dabei wurden vier Qualitätsdimensionen definiert: die Strukturqualität (z. B. die Gruppengröße oder der Fachpersonen-Kind-Schlüssel), die Orientierungsqualität (z. B. die Einstellungen der pädagogischen Fachpersonen oder das pädagogische Konzept der Einrichtung), die Prozessqualität (alle Interaktionen zwischen den pädagogischen Fachpersonen, Kindern und der materiellen Umwelt) sowie die Qualität des Familienbezugs (Tietze et al., 2013).

In der pädagogischen Fachliteratur kommt man zu folgendem Resümee: „Wird die Qualität der von den Kindern im Alter von vier Jahren besuchten Kindergartengruppen insgesamt betrachtet – d. h. als Kombination der Qualität von pädagogischen Prozessen in den Gruppen, von strukturellen Rahmenbedingungen sowie von pädagogischen Orientierungen der Erzieherinnen – so ist diese Qualität bedeutsam für die Vorhersage des kindlichen Entwicklungsstandes im Alter von acht Jahren im sozial-emotionalen und im kognitiv-leistungsbezogenen Bereich“ (Roßbach & Frank, 2008, S. 256).

Für die Kinder ist die methodisch didaktische Herangehensweise im institutionellen Alltag – und damit die Prozessqualität besonders spürbar. Eine hohe Prozessqualität, oder noch genauer Interaktionsqualität, unterstützt die Kinder in ihrer sozialen und intellektuellen Lernentwicklung (Siraj-Blatchford, 2002). Haben pädagogische Fachpersonen fundierte Kenntnisse über die Entwicklungsschritte, ermöglicht ihnen dies, den pädagogischen Alltag so zu organisieren, dass die Kinder stets Impulse bekommen, um die nächste Entwicklungszone zu erreichen (Vygotskij, 1993, S. 237).

Die vier Bausteine der Elementar Didaktik

In qualitätsvollen elementarpädagogischen Bildungseinrichtungen werden selbstbestimmte Aktivitäten mit fremdbestimmten Aktivitäten kombiniert (z. B. in Eins-zu-eins-Settings, in kleinen oder auch größeren Gruppen).

Diese Kombination erwies sich empirisch als erfolgreiche Pädagogik (Siraj-Blatchford, 2002), denn auf diese Weise können unterschiedliche Zielsetzungen und unterschiedliche Freiheitsgrade in der Zielsetzung umgesetzt werden (Walter-Laager, 2018). Im Alltag ermöglicht dieses Vorgehen den pädagogischen Fachpersonen, eine an die Bedürfnisse der Kinder abgestimmte Praxis zu planen und umzusetzen.

Dem Einsatz der einzelnen Bausteine kommt im Praxisalltag eine unterschiedliche Gewichtung zu, und dieses Vorgehen den pädagogischen Fachpersonen, eine an die Bedürfnisse der Kinder abgestimmte Praxis zu planen und umzusetzen. Die vier Bausteine bieten einen Rahmen, in dem die pädagogischen Fachpersonen unterschiedliche Rollen einnehmen und so die Kinder in ihren individuellen Lernprozessen unterstützen können (Meyer & Walter-Laager, 2012).

a) Selbstbestimmte Aktivität

Selbstbestimmte Aktivitäten werden auch als „Spiel“ oder als „Freispiel“ bezeichnet. Sie sind eine bewährte Praxis in der Elementarpädagogik, hoch motivierend und passen sich der Entwicklung des jungen Kindes an. Die Kinder sollen dabei ihre eigenen Zielsetzungen wählen können und diese auf persönlichen Wegen und in ihrem eigenen Tempo verfolgen dürfen. Die pädagogische Fachperson gibt mit dem Materialangebot den Rahmen vor und achtet darauf, dass alle Kinder herausfordernde Lernsituationen vorfinden. Sie selbst nimmt dabei eine aktiv beobachtende Rolle ein und ist für die Kinder präsent (Meyer & Walter-Laager, 2012; Walter-Laager, 2018).

b) Unterstützung der selbstbestimmten Aktivitäten

Wird die pädagogische Fachperson eingeladen in das selbstewählte Spiel der Kinder mit einzusteigen, unterstützt sie, die Vorstellungswelt und die Handlungskompetenzen der Kinder partnerschaftlich zu erweitern. Spielskripte werden variiert, Rollen werden verändert, ausgebaut und Ideen ausdifferenziert (Meyer & Walter-Laager, 2012; Walter-Laager, 2018).

c) Angeleitete Aktivität

Angeleitete Aktivitäten ergänzen die selbstbestimmten Aktivitäten. Sie bieten Impulse für neue Erfahrungsfelder und unbekanntere Möglichkeiten: sie helfen, die Neugierde der Kinder zu wecken, Interessen zu vertiefen und ermöglichen gemeinschaftsbildende Aktivitäten. Im Gegensatz zu selbstbestimmten Aktivitäten legt hier die pädagogische Fachperson die Ziele

und die Wege der Zielerreichung fest - im Idealfall mit vielen Mitbestimmungsmöglichkeiten. Die angeleiteten Aktivitäten können eine gemeinsame Erfahrung für die Gruppe sein, den Kindern u. a. Einblick in verschiedene Bereiche der Umwelt bieten und sollen die Entwicklung der Kinder stimulieren bzw. vorantreiben (Meyer & Walter-Laager, 2012; Walter-Laager, 2018).

d) Vertiefung der angeleiteten Aktivitäten

Um die angeleiteten Aktivitäten zu vertiefen, werden die geplanten Ziele variiert, sodass alle Kinder in ihrem Tempo, und mit unterschiedlichen Möglichkeiten die vorgegebenen Inhalte oder Fertigkeiten intensiv erwerben können. Vertiefende Aktivitäten geschehen im Anschluss an gemeinsam geführte Aktivitäten oder auch parallel zu völlig freien Aktivitäten (Meyer & Walter-Laager, 2012; Walter-Laager, 2018).

Insgesamt gilt für institutionelle Bildung immer:

Beobachten, Dokumentieren und anschließendes Auswerten sind die Grundlagen für die Planung des pädagogischen Alltags sowie die pädagogische Begleitung der individuellen Entwicklungsprozesse und somit die Basis der erwähnten methodischen Herangehensweisen.

Nur wenn man die Kinder gut kennt und allen Be(ob)achtung schenkt, kann es gelingen, dass die pädagogische Fachperson die Kinder in ihrer Individualität wahrnimmt. Auf dieser Basis gilt es für alle Lern- und Entwicklungsräume, gleichzeitig auch Anregungen sowie Gemeinschaft zu schaffen. Eine Balance zwischen Selbstständigkeit und angeleiteten Aktivitäten ist zu finden.

VERTIEFUNGSÜBUNG ZU DEN VIER BAUSTEINEN DER ELEMENTARDIDAKTIK

Wenn Sie an Ihre pädagogische Praxis denken, so erkennen Sie einen steten Wechsel von angeleiteten und selbstbestimmten Aktivitäten bzw. eine facettenreiche pädagogische Praxis.

Versuchen Sie nun, die vier Elemente der Elementardidaktik in zwei Schritten mit Ihrem speziellen Tagesablauf zu verbinden:

- 1. Einzelarbeit:** Verbinden Sie die vier Bausteine der Elementardidaktik mit Ihrem speziellen Tagesablauf. Für diese Einzelarbeit können Sie die nachfolgende Tabelle verwenden.
- 2. Besprechung in der Gesamtgruppe / im Team:** Welche Bausteine sind unterrepräsentiert? Inwiefern könnte es ein Gewinn sein, wenn das eine oder andere Element davon häufiger eingebaut wird? Sammeln Sie gemeinsam witzige Umsetzungsideen.

PRAXISCHECK

SITUATIONEN IM PÄDAGOGISCHEN ALLTAG	BAUSTEINE DER ELEMENTARPÄDAGOGIK
Beispiel: Ankommenssituation: In dieser Phase können die Kinder – sobald sie im Gruppenraum sind – in der vorbereiteten Lernumgebung selbstbestimmt unterschiedlichen Aktivitäten nachgehen.	Selbstbestimmte Aktivität / Freispiel

2. Bildungssprachliche Impulse in der Elementarpädagogik

Elementardidaktik verlangt Professionalität und dies bedeutet insbesondere eine hohe Interaktionsqualität. Studien belegen, dass pädagogische Fachpersonen, die eine sensitiv-responsive Interaktion mit den Kindern pflegen und kognitiv anregende Impulse setzen, die Entwicklung der Kinder bestmöglich unterstützen (Pianta, 2017; Siraj-Blatchford, 2002; Tietze et al., 2013; Wadepohl et al., 2017). Die Sprache erlangt in diesem Kontext einen bedeutsamen Stellenwert.

Eine Studie von Klibanoff et al. (2006) konnte zeigen, dass Kinder, deren PädagogInnen häufig mathematische Begriffe verwendeten, erfolgreich ein mathematisches Wissen hatten aufbauen können (Klibanoff et al., 2006).

Von der Alltags- zur Bildungssprache

„Alltagssprache“ nennen wir jene sprachliche Form, die Kinder in Alltagssituationen und in ihrem natürlichen und alltäglichen Umfeld erwerben und verwenden. Die Entwicklung der Alltagssprache – der Erwerb von Grammatik und Wortschatz – verläuft relativ rasch, intuitiv und vielfach ungesteuert (Gogolin, 2013; Österreichisches Sprachen-Kompetenz-Zentrum, 2017; Zollinger, 2015). Die Kinder erlernen das „Sprachrepertoire“ ihrer Umgebung und wachsen so in eine erste, sehr spezifische Sprachwelt hinein. Gebunden ist diese individuelle Sprachentwicklung an die kognitive sowie sozial-emotionale Entwicklung des einzelnen Kindes (Zollinger, 2015).

Die „Bildungssprache“ unterscheidet sich auf diskursiver, lexikalisch-semantischer und syntaktischer Ebene von der Alltagssprache. Typische Merkmale sind zusammengefügte Nomen (z. B. Sanduhr), formale Konstruktionen (Passivsätze, man-Sätze), Kollokationen (ein Ziel verfolgen) und umfängliche Attribute (Brandt & Gogolin, 2016). In den Schulen wird von den Kindern bereits ein bildungssprachliches Repertoire erwartet, nicht zuletzt weil dieses in den Arbeitsbüchern, Arbeitsmaterialien etc. Verwendung findet (Gogolin & Lange, 2011). Den elementarpädagogischen Einrichtungen kommt vor diesem Hintergrund eine wichtige Bedeutung zu: Sie sollten Kindern die Möglichkeit geben, diese sprachliche Form (das Sprachregister) kennen zu lernen und den damit zusammenhängenden Wortschatz aufzubauen. Dies geschieht in spielerischen, darstellenden, fächerübergreifenden pädagogischen Situationen (Österreichisches Sprachen-Kompetenz-Zentrum, 2017).

Die hohe Bedeutung für die institutionalisierte Elementarpädagogik ergibt sich auch daraus, dass davon auszugehen ist, dass nicht in allen Familien eine vielfältige Bildungssprache gleichermaßen erworben werden kann. So erlangen Kinder aus bildungsaffinen Milieus bereits in ihrem Alltag erweiterte sprachliche Anregungen, die das spätere Lernen in der Schule begünstigen können (Brandt & Gogolin, 2016; Müller & Ehmke, 2016; Österreichisches Sprachen-Kompetenz-Zentrum, 2017).

Erhalten Kinder Anreize zum vielseitigen Sprachhandeln – zum Erzählen, zum Argumentieren, zum Führen und Erleben von Diskussionen – und werden früh mit den Charakteristiken einer Bildungssprache vertraut gemacht, ist das eine gute Basis für einen ausdifferenzierten Wortschatz, komplexe Satzstrukturen und eine den geltenden Regeln entsprechende Anwendung der Grammatik gegeben (Österreichisches Sprachen-Kompetenz-Zentrum, 2017).

So ist zu beobachten, dass Kinder trotz guter alltagssprachlicher Kompetenzen an den Anforderungen der Schule scheitern. Ein zentraler Grund dafür kann darin liegen, dass ihnen bildungssprachliche Fähigkeiten fehlen (Allgäuer-Hackl et al., 2018). Hier können Kindergärten und Krippen wichtige Zugänge schaffen (Gogolin & Lange, 2011).

Für Kinder aus Familien, in denen wenig Kontakt zur Bildungssprache besteht, ergibt sich also eine doppelte Herausforderung: Sie müssen nämlich zusammen mit den Bildungsinhalten auch ein neuartiges bildungssprachliches Kommunikationsverhalten erwerben (Döll et al., 2019).

Tabelle 1

Merkmale der Alltags- und Bildungssprache (Bearbeitung nach Berendes et al., 2013; Gogolin & Duarte, 2016; Gogolin & Lange, 2011; Leisen, 2018)

ALLTAGSSPRACHE - MERKMALE	BILDUNGSSPRACHE - MERKMALE
Verwendung im Alltagskontext	Verwendung in Kontexten der Bildungsinstitutionen
alltagssprachliches Vokabular	Differenzierte Sprache mit Fachausdrücken und differenziertem Wortschatz
situativ, kontextgebunden und deiktische Ausdrücke	formalisierte Sprache und unpersönliche Ausdrücke, abstrakt
kurze, einfache Sätze	komplexe Satzstrukturen und hypotaktische Strukturen / Passiversatzformen / Partizipialkonstruktionen / Nominalgruppen / Satzglieder anstelle von Nebensätzen

Nach Koch & Österreicher (1985) werden die Sprachvarietäten – Alltags- und Bildungssprache – nicht hierarchisch bewertet. Da die Alltagssprache kontinuierlich mit den Merkmalen der Bildungssprache ergänzt wird, vollzieht sich – spätestens mit dem Eintritt in die elementarpädagogischen Einrichtungen – ein entsprechender Entwicklungsprozess (Koch & Österreicher, 1985; Österreichisches Sprachen-Kompetenz-Zentrum, 2017). Im Rahmen geleiteter und selbstbestimmter Aktivitäten ergeben sich für die pädagogischen Fachpersonen vielfältige Möglichkeiten, die Kinder beim Aufbau der Bildungssprache zu unterstützen (Walter-Laager et al., 2018).

Die Entwicklung verläuft nach Cummins (2001) ausgehend von unmittelbaren Erfahrungen hin zu gedanklichen Konzepten und zur Begriffsbildung. Cummins (2001) prägte vor diesem Hintergrund das Bild des Eisbergs. Der unter der Wasseroberfläche liegende Großteil eines Eisberges repräsentiert das Erfahrungswissen als Basis der Sprachentwicklung. Die Spitze des Eisbergs, die sichtbar aus dem Wasser ragt, repräsentiert das individuelle Sprachhandeln der Kinder. Die individuellen unmittelbaren Erfahrungen sind für eine umfassende Begriffsbildung notwendig. Was wir über einen Gegenstandsbereich real und mit unterschiedlichen Sinnen, in verschiedenen Situationen erfahren haben, wird gespeichert und aktiviert, wenn wir über diesen Gegenstandsbereich nachdenken oder sprechen. So können vermutlich die meisten von uns sehr ausführlich und detailreich über die eigene Vegetationszone (z.B. über den Wald) berichten, hingegen fallen bei Mitteleuropäerinnen und -europäern die Beschreibungen einer Wüste deutlich detailärmer aus (Allgäuer-Hackl et al., 2018).

Anbahnung der Bildungssprache: Die Strategien der sprachlichen Bildung

Wie sehr das pädagogische Wirken in elementarpädagogischen Einrichtungen die Sprachentwicklung in positiver Weise beeinflusst, ist explizit von der Qualität der pädagogischen Arbeit abhängig (Siraj-Blatchford, 2002), im Besonderen von der Qualität der sprachlichen Interaktionen, die die Fachpersonen in der Einrichtung pflegen, und von den Strategien der Sprachbildung, die ihnen zur Verfügung stehen. In ihrer Wirksamkeit geprüfte Strategien sind u. a. jene der alltagsintegrierten sprachlichen Bildung (Walter-Laager et al., 2018):

¹ Die These Cummins war für die weitere Auseinandersetzung um die erwarteten und tatsächlichen sprachlichen Kompetenzen im Kontext Schule wegweisend. Er konnte zeigen, dass die durchgeführten Sprachtests literacy skills und general intellectual skills zwangsweise miteinander verknüpfen, sodass – nach vorliegenden Tests – nur diejenigen eine hohe Intelligenz zu haben schienen, die auch über eine hohe literarische Fähigkeit verfügten. Daher sind diese Tests nur bedingt aussagekräftig, da eine geringere sprachliche Leistung die u.U. vorhandene intellektuelle Leistungsfähigkeit überdeckt (Beyer, 2015).

- **Mit Kindern langhaltende Interaktionen gestalten und Dialoge führen:** Während der pädagogischen Praxis sollen reichhaltige Anwendungsmöglichkeiten des Sprachhandelns mit den pädagogischen Fachpersonen eingeplant werden (Vogt & Zumwald, 2018).
- **Den Wortschatz der Kinder erweitern:** Abhängig vom Spracherwerbstand der Kinder werden bekannte Begriffe durch Wiederholungen gefestigt und neue Begriffe verwendet. Diese sprachlichen Anreize und Impulse gelingen besonders gut, wenn sprachliche Herausforderungen (z. B. die sprachlichen Herausforderungen aus fachlicher und themenspezifischer Sicht) von den pädagogischen Fachpersonen reflektiert werden und darauf aufbauend die Vorbereitungen (vgl. Makro-Scaffolding) stattfinden (Skerra, 2018; Itel & Haid, 2018).
- **Sprachfördernde Fragen:** Fragen sind die Basis, um einen Dialog aufrechtzuhalten, die Gedanken in sprachliche Äußerungen umzuwandeln und das Denken anzuregen. Vor diesem Hintergrund erhalten die offenen Fragen in der pädagogischen Diskussion einen Vorzug gegenüber geschlossenen Fragestellungen wie einfachen Entscheidungs-, Ergänzungs- und Alternativfragen (Schönfelder, 2018).
- **Sprache modellieren:** Kinder erwerben Sprache in diversen Sprachhandlungen – u. a. durch sprachliche Modellierungstechniken (Sprachinput und Rückmeldungen zu ihren sprachlichen Ausdrucksweisen) – indem ein neues Sprachhandlungsrepertoire aufgebaut, sprachliches Handeln in neue Bahnen gelenkt und zu spontanen Äußerungen ein korrekatives Feedback gegeben wird. Situativ wird den Kindern eine entwicklungsgemäße Unterstützung geboten, die eine sprachliche Weiterentwicklung durch sprachliche Reaktionen – beispielsweise eine passende grammatische Wendung oder ein passendes Wort – ermöglicht (vgl. Mikro-Scaffolding). So werden Impulse gegeben, die Äußerungen der Kinder in Richtung Bildungssprache anzugleichen (Skerra, 2018; Löffler & Itel, 2018).
- **Redirect – Sprache weiterleiten:** Sprachliche Interaktionen mit den Peers vermögen soziale, kognitive wie auch sprachliche Entwicklungsprozesse zu intensivieren. Daher werden im pädagogischen Alltag Sprachhandlungen mit den Peers stimuliert. Die Strategie des Redirects beschreibt, dass die Anliegen der Kinder an die Peers weitergeleitet und damit die Kommunikationsmöglichkeiten erweitert werden (Reichmann, 2018).

Diese fünf Strategien können in fast jeder Situation des pädagogischen Alltags zur Anwendung kommen. Darüber hinaus können pädagogische Fachpersonen Sprache einsetzen, um das „gemeinsame Nachdenken“ sprachlich zu begleiten. Das Sustained Shared Thinking (der Fachbegriff für das „gemeinsame Nachdenken“), als die „Königsdisziplin innerhalb der alltagsintegrierten Sprachbildung“, stimuliert und unterstützt die Sprachbildung und die individuellen Denkprozesse der Kinder optimal (Siraj-Blatchford, 2002).

Die alltagsintegrierte Sprachbildung als eine übergeordnete pädagogische Praxis zielt auf alle Sprachentwicklungs- und Bildungsbereiche ab. Gemäß dem Sprachstand können Sprache und Sprechen durch Gesten, Mimik, Bilder, Symbole, Schriftzeichen, Projektdokumentationen sowie wiederkehrende bzw. neue Satzmuster entwickelt werden. Die sprachliche Bildung durch die pädagogischen Fachpersonen soll im pädagogischen Alltag bewusst eingeplant und das Sprachhandeln im Rahmen der vorbereiteten Lernumgebung stimuliert werden (Brandt & Gogolin, 2016; Skerra, 2018; Walter-Laager et al., 2018).

² Cummins (2001) hatte im ersten Eisbergmodell beschrieben, es gebe oberflächliche und nicht sichtbare sprachliche Strukturen, wie bei einem Eisberg, der im Meer schwimmt. Die Basis entspricht dem sprachübergreifenden kognitiven Potential bzw. einem allgemeinen Denkvermögen – allgemeine sprachliche Kompetenz (Beyer, 2015).

VERTIEFUNGÜBUNG ZU BILDUNGSSPRACHLICHEN IMPULSEN

In einem unserer Forschungsprojekte haben wir gelernt, dass im pädagogischen Alltag ein differenzierter fachlich korrekter Wortschatz essenziell ist (Brandt & Gogolin, 2016 u. a.). Nehmen Sie sich einige Minuten Zeit und reflektieren Sie Ihren eigenen Sprachgebrauch in zwei Schritten:

- 1. Einzelarbeit:** Notieren Sie sich als Vorbereitung fürs Plenum oder eine Teamsitzung beispielhafte Situationen zur frühen mathematischen Bildung. Welche Begriffe bzw. welche zentralen Wörter kommen zum Einsatz?
- 2. Plenum:** Die pädagogischen Impulse werden den fünf mathematischen Inhaltsbereichen zugeordnet („Zahlen und Operationen“, „Größen und Messen“, „Raum und Form“, „Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten“ sowie „Muster und Strukturen“) und angepinnt. Danach ergänzt die Gruppe zusätzlich passende Fachbegriffe bei allen Beispielen.

PRAXISCHECK

ALLTAGSSITUATION IN DER EINRICHTUNG	MATHEMATISCHE INHALTSBEREICHE	SPRACHLICHE HERAUSFORDERUNGEN - ZENTRALE BEGRIFFE

3. Prozessbezogene Kompetenzen

Schoenfeld (2016) schreibt, dass es beim „mathematischen Denken“ darum geht, Problemlösungen zu finden, Muster zu erkennen und Vermutungen anstellen zu können. Dies setzt prozessbezogenen Kompetenzen voraus, die insbesondere für die frühe mathematische Bildung relevant und typisch sind. Dazu zählen Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen und Modellieren.

Problemlösen

Nach Lossius & Lundhaug (2020) wird hierbei ein Prozess beschrieben, der bei Kindern ausgelöst wird, wenn sie vor Herausforderungen stehen, die eine Problemlösung nicht sofort erkennen lassen. Sie nennen folgendes Beispiel: Eine norwegische Kindergartengruppe ist auf dem Weg ins Freie. Einem der Kinder ist eine Schaufel zwischen die Holzbretter eines Steges gerutscht und kann nicht mehr erreicht werden. Die Kinder stellen Vermutungen an, wie tief unten die Schaufel liegt und wie lange ein Stock sein müsste, um die Schaufel wieder herausholen zu können (Lossius & Lundhaug, 2020).

Das Problemlösen verläuft prozesshaft: So wird zuerst das Problem identifiziert, danach wird geplant, wie das Problem gelöst werden kann. Die Aufgabe der pädagogischen Fachperson ist es, die Kinder dabei zu unterstützen, Lösungswege zu finden und diese auszuprobieren (Benz et al., 2015).

Kommunizieren

Damit Kinder die mathematischen Situationen im Alltag erkennen und besser verstehen können, sind Dialoge ideal. Denn beim „Kommunizieren über ihr mathematisches Tätigsein müssen Kinder ihr Denken artikulieren, verdeutlichen und organisieren“ (Benz et al., 2015, S. 329). Die pädagogische Fachperson kann die Kinder begleiten, indem sie selbst Vermutungen oder Fragen aufwirft und Lösungsvarianten einbringt. Beim gemeinsamen Denken und Problemlösen erlangt die pädagogische Fachperson Einsicht in die Denkprozesse der Kinder (Benz et al., 2015).

Argumentieren

Beim Argumentieren geht es darum, die eigenen Annahmen zu begründen. Das eigenständige Argumentieren setzt bereits ein gewisses sprachliches Repertoire voraus bzw. Kinder brauchen Vorbilder, um entsprechende Erfahrungen zu sammeln (Benz et al., 2015).

Darstellen

Damit ist gemeint, dass mathematische Inhalte und Prozesse, die für die Kinder sinnvoll und bedeutsam sind, festgehalten werden können. Dazu zählt beispielsweise das Zeichnen von Bauplänen selbstgebauter Konstruktionen (Benz et al., 2015).

Modellieren

Über lebensweltnahe Erfahrungen werden mathematische Inhalte veranschaulicht und erklärt. Zum Beispiel beim Bestimmen der Körpergröße: Die Kinder sammeln Erfahrungen beim Messen (Wie funktioniert die Messlatte etc.) und lösen dabei das „Problem“ auf mathematische Art und Weise. Benz et al. (2015) sprechen hier auch von einem Veranschaulichungsprozess, indem die Lebenswelt und Erfahrungen der Kinder mathematisiert werden.

Im nachfolgenden Teil dieses Begleitheftes wird näher auf die Inhaltsbereiche der frühen mathematischen Bildung eingegangen:

- **Muster und Strukturen**
- **Zahlen und Operationen**
- **Raum und Form**
- **Größen und Messen**
- **Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten**

4. Mathematischer Inhaltsbereich – Muster und Strukturen

Der mathematische Inhaltsbereich „Muster und Strukturen“ nimmt in gewisser Weise eine Sonderstellung ein. Er ist als Querschnittsbereich zu sehen, der sich in allen Inhaltsbereichen finden lässt (Clements & Sarama, 2014). So schreibt Sawyer (1955), dass Mathematik „ (...) die Wissenschaft von der Klassifizierung und Untersuchung aller möglichen Muster“ ist (Sawyer, 1955, S. 12), und Zazkis & Liljedahl (2002) bezeichnen Muster „als das Herz und die Seele der Mathematik“.

In der nachfolgenden Tabelle wird skizziert, wie sich der Lern- und Entwicklungsverlauf im Bereich Muster und Strukturen vollzieht:

Tabelle 2

Lern- und Entwicklungsverlauf zu Mustern und Strukturen (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
3 Jahre	Die Kinder erkennen die einfache Struktur eines Musters (z. B. Stern – Mond – Stern auf einer Kindertapete usw.).
4–5 Jahre	Die Kinder können einfache Muster fortsetzen, duplizieren, erweitern und korrigieren. So beginnen die Kinder beispielsweise Perlen mit zwei Farben aufzufädeln: Dabei wird abwechselnd einmal eine rote Perle und dann eine blaue Perle hinzugefügt. Wurde beim Auffädeln vielleicht an einer Stelle die „richtige“ Perle übersehen, wird das Muster korrigiert.
6 Jahre	Die Kinder erkennen die einzelnen Elemente, aus denen sich ein Muster zusammensetzt, z. B. ABABABABAB setzt sich aus A und B zusammen. Vor diesem Hintergrund ist es den Kindern auch möglich, Muster zu „übersetzen“: So wird zum Beispiel aus dem Muster „rote Karte – grüne Karte – rote Karte – grüne Karte“ die rhythmische Abfolge von „klatschen – stampfen – klatschen – stampfen“ usw.
6–7 Jahre	Die Kinder können auch schon numerische Muster erkennen, fortsetzen und erstellen, wie z. B. 2, 4, 6 ...

4.1 Strukturierungen

Muster weisen Regelmäßigkeiten und Strukturen auf, die vorhersagbar sind, weil sie sich immer wiederholen (Clements & Sarama, 2014). Die Struktur bezeichnet das Beziehungsgefüge der Elemente, aus dem ein Muster besteht, z. B. die Anzahl und Reihenfolge, in der die verschieden farbigen Perlen auf einer Halskette aufgefädelt wurden. Diese regelmäßige Anordnung der Perlen ist dann das Muster an sich (Haug & Wittmann, 2013).

Abbildung 1

Das Muster dieser Perlenkette besteht hier aus drei Farben, rot, blau und weiß – die Struktur ist also ABC wenn A für Rot, B für Blau und C für Weiß steht.



Muster und Strukturen sind auch in unserer täglichen Umwelt zu finden, z. B. auf Hausfassaden oder in Mandalas. Das Benennen der einzelnen Elemente eines Musters hilft dabei, die dahinterliegende Struktur zu erkennen (Clements & Sarama, 2007) und den Struktursinn (das Erkennen der Struktur eines Musters) aufzubauen (Lüken, 2012).

Abbildung 2

Muster legen und Strukturen erkennen



4.2 Fortlaufende Muster

Fortlaufende Muster sind häufig die ersten Muster, mit denen Kinder in Kontakt kommen (Clements & Sarama, 2014; Rittle-Johnson et al., 2015). Es sind Muster, bei denen die einzelnen Elemente sich regelmäßig wiederholend aneinanderreihen (Haug & Wittmann, 2013; Papic, 2007). Sie besitzen eine immer gleichbleibende Struktur mit einer gleichbleibenden Anzahl und Reihenfolge von Elementen. Diese können in Spiel- und Alltagssituationen vorkommen, wie z. B. beim Klatschen, Singen, Zeichnen, Gestalten oder Bewegen. Kinder können angeregt werden, fortlaufende Muster „weiterzulegen“, aber auch darüber nachzudenken, wie Muster „erweitert“ oder „repariert“ werden können (Clements & Sarama, 2007; Grassmann, 2015).

Muster können auch dupliziert bzw. nachgelegt werden (Rittle-Johnson et al., 2013; Tsamir et al., 2020). Das Übersetzen bedeutet wiederum, die Struktur eines Musters mit anderen Elementen (s. o.) zu erstellen (Tsamir et al., 2020; Warren & Cooper, 2006). Die Fähigkeiten der Kinder (ca. ein Jahr vor dem Schuleintritt) in diesem Bereich haben einen signifikanten Einfluss auf die allgemeinen mathematischen Leistungen der Kinder am Ende des ersten Schuljahres (Luken et al., 2014): Eine Langzeitstudie von Rittle Johnson et al. (2017), an der 517 Kinder teilnahmen, zeigte, dass die Fähigkeiten im Bereich fortlaufender Muster die mathematische Schulleistung bis zur fünften Schulstufe beeinflussen.

Abbildung 3

Muster mit geometrischen Formen nach Vorlage legen



4.3 Wachsende Muster

Im Gegensatz zu fortlaufenden Mustern verändern wachsende Muster ihre Struktur nach gleichbleibenden Regeln z. B. wird die Anzahl an Elementen immer gleich verändert. Dabei kann die Anzahl der Elemente zunehmen oder sich verringern z. B. AB AAB AAAB AAAAB... (Haug & Wittmann, 2013). Für Kinder ist das Erweitern von wachsenden Mustern viel schwieriger als bei fortlaufenden Mustern (Pasnak et al., 2019) und ist in der pädagogischen Praxis eher selten anzutreffen (Papic, 2007). Wie auch fortlaufende Muster können sie jedoch in Spiel- und Alltagssituationen thematisiert werden. Beispiele dazu sind im Kästchen „Alltagsintegrierte Bildungsimpulse für den Inhaltsbereich Muster und Strukturen“ auf Seite 23 zu finden.

4.4 Sortieren und Klassifizieren

Beim Sortieren werden einzelne Eigenschaften losgelöst vom Gesamtobjekt betrachtet und die Objekte danach geordnet. Unterscheidende Merkmale der Objekte werden dabei ausgeblendet (Kloo et al., 2008). Werden beispielsweise bei einem Waldspaziergang verschiedene Naturgegenstände gesammelt, können diese nach deren Beschaffenheit wie z. B. rau, weich, glatt, hart, groß oder klein sortiert werden. Ein anderes Kriterium für das Ordnen kann beispielsweise der Verwendungszweck sein.

Beim Klassifizieren werden Objekte zu Klassen, Gruppen oder Mengen zusammengefasst (Clements & Sarama, 2007). Hier ist auch eine Verbindung zum Wortschatzerwerb erkennbar: Semantische Netzwerke erlauben es den Kindern, Begriffe, die sie im Alltag hören und erlernen, in ihrer Bedeutung zu verknüpfen. Begriffe, ihre Bedeutung und ihre Beziehungen zu Ober- und Unterbegriffen werden so mit der Zeit immer mehr geschärft (Walter-Laager et al., 2018): z. B. wird den Kindern klar, dass alle Rosen auch Blumen sind, dass aber umgekehrt nicht alle Blumen Rosen sind.

Tabelle 3

Lern- und Entwicklungsverlauf beim Sortieren und Klassifizieren (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
18 Monate	Die Kinder sortieren Objekte z. B. Bausteine
2–3 Jahre	Die Kinder sortieren Objekte, aber die Regel nach welcher sortiert wird, kann sich beim Tun schnell verändern.
3 Jahre	Die Kinder können sich beim Sortieren an vorgegebene Regeln halten, z. B. alle Legobausteine kommen in die Legokiste, alle Holzklötze in die Holzkiste.
4–6 Jahre	Kinder beginnen – u. a. mit der pädagogischen Fachperson – Materialien im Kindergarten wie Bausteine, Legosteine, Glasnuggets etc. selbständig zu sortieren und entwickeln dabei ein erstes Kategorienverständnis. Die Zuordnung eines Objektes anhand einer Dimension (z. B. Farbe oder Form) gelingt Kindern schon früh. Das Kategorisieren nach zwei oder mehreren Dimensionen (z. B. Farbe und Form) erfassen viele Kinder dagegen mit 6 Jahren.

ALLTAGSINTEGRIERTE BILDUNGSIMPULSE FÜR DEN INHALTSBEREICH „MUSTER UND STRUKTUREN“

Exemplarische Beispiele aus der Praxis (Stadt Zürich, 2015; eigene):

- Ich habe ein spannendes Muster gelegt. Kannst du es fortführen?
Muster – fortlaufende Muster oder wachsende Muster
- Wir tanzen gemeinsam: Zwei Schritte vor und einen Schritt zurück, ...
Muster – fortlaufende Muster oder wachsende Muster
- Rhythmus klatschen
Muster – fortlaufende Muster oder wachsende Muster
- Wir ordnen die roten Bausteine in die rote Box. Die blauen Bausteine in die blaue Box usw.
Sortieren und Klassifizieren
- Zeigen Sie den Kindern die Muster in ihrem Umfeld, z.B. Fliesen, Kleidung, Pflastersteine, Hausfassaden, Farbverläufe und Farbnuancen (Buntstifte).
Muster – fortlaufende Muster

VERTIEFUNGÜBUNG ZUM INHALTSBEREICH „MUSTER UND STRUKTUREN“

Führen Sie die beiliegende Einschätzungsübung (nachfolgender Praxischeck) durch und diskutieren Sie anschließend im Team:

- Sind wir zu einer ähnlichen Einschätzung gekommen?
- Was wird in meiner pädagogischen Praxis umgesetzt?
- Was würde ich gerne zukünftig umsetzen?
- Was wäre aus meiner Sicht überflüssig?

PRAXISCHECK

Versuchen Sie die Beispiele den Unterthemen des mathematischen Inhaltsbereichs „Muster und Strukturen“ zuzuordnen.

FORTLAUFENDE
MUSTER

Maya fädelt bei der Perlenkette rot, blau, rot, blau ... auf.

Die Waldkindergartengruppe legt mit den gefundenen Naturmaterialien ein großes Mandala.

SORTIEREN UND
KLASSIFIZIEREN

Im Rollenspielbereich ist ein Eissalon aufgebaut. Für die Kasse haben die Kinder selbst Geldscheine und Münzen gemacht. Selina gibt die Münzen und die Scheine jeweils in eine extra Schublade der Kasse. Scheine, die zu groß sind, gibt sie auf einen Stapel auf dem Tisch.

STRUKTUR-
IERUNGEN

Im Bewegungsraum bauen die Kinder mit Schaumstoff-Quadern Hindernisse auf, über die sie hüpfen müssen. Jedes Mal, wenn den Kindern das Überwinden gelungen ist, wird ein weiterer oben draufgelegt.

Elsa legt immer eine rote, grüne und weiße Filzkugel in jede Vertiefung des Eierkartons.

WACHSENDE
MUSTER

Die Kinder spielen ein Spiel bei dem Spielechips verwendet werden. Jedes Kind erhält zu Beginn acht dieser Spielechips. Robert legt vier Chips nebeneinander in eine Reihe und macht eine zweite Reihe mit den restlichen vier Chips.

5. Mathematischer Inhaltsbereich – Zahlen und Operationen

Der Bereich „Zahlen und Operationen“ ist jener Inhaltsbereich, der in elementarpädagogischen Einrichtungen intensiv bearbeitet wird. Ein gut entwickeltes Zahlen- und Mengenverständnis steht in Zusammenhang mit den späteren Mathematikleistungen (Clements & Sarama, 2007; Duncan et al., 2007; Krajewski & Schneider, 2006; Lehl et al., 2016). Diverse empirische Befunde belegen, dass zahlen- und mengenbezogene Vorerfahrungen eine gute Basis für spätere Mathematikleistungen darstellen (Clements & Sarama, 2014; Grüßing, 2006; Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006).

Abbildung 4

Material zu Zahlen und Mengen im Alltag: Die Kinder hängen ihre Wäscheklammer zum abgebildeten Spielbereich, in dem sie sich aufhalten möchten. Daneben ist die Anzahl (als Zahl wie auch als Menge) der Kinder, die sich im jeweiligen Spielbereich aufhalten dürfen, angegeben.



5.1 Simultanes Erfassen

Beim simultanen Erfassen wird eine bestimmte Menge von Objekten erfasst, ohne dass die Objekte gezählt werden müssen. Kinder können Mengen bereits simultan erfassen, bevor sie zu zählen beginnen. So erkennen sie im Alter bis zu einem Jahr unterschiedliche Mengen von Gegenständen (vgl. Tabelle 4), ohne dass ein bewusstes Abzählen möglich wäre und bauen diese Fähigkeit bis ins Kindergartenalter aus (Benz et al., 2015; Clements & Sarama, 2014).

Tabelle 4

Lern- und Entwicklungsverlauf zum simultanen Erfassen (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE ³	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
1–2 Jahre	Die Kinder erfassen Mengen von 1, 2 manchmal 3 Elementen und benennen diese.
3–4 Jahre	Die Kinder erfassen und unterscheiden Mengen mit vier Objekten und benennen diese.
5 Jahre	Die Kinder zeigen eine sichere und spontane Mengenerfassung bis 5 und wissen, dass die genannte Zahl der Objektanzahl der Menge entspricht.
	Die Kinder verfügen über eine sichere und spontane Mengenerfassung, vor allem wenn Teilmengen vorstrukturiert werden (z.B. Kinder erkennen die Würfelbilder).

5.2 Zählen

Kinder starten in einer anregenden Umgebung früh mit Abzählspielen, imitieren das Zählen und werden in unterschiedlichsten Alltagssituationen mit den Zahlen vertraut gemacht. Ziel des Zählens ist es, Anzahlen zu bestimmen. Dabei lernen die Kinder nach und nach Zählprinzipien und -strategien sowie unser Zahlensystem kennen. Bereits sehr früh entwickeln Kinder eine Vorstufe des Zählens, bei der sie Zählvorgänge imitieren. Wenn Kinder, die sich in dieser Lern- und Entwicklungsphase befinden, dazu aufgefordert werden, zu zählen, wird die Zahlenreihe oft wie eine Art Gedicht oder Lied reproduziert (Clements & Sarama, 2014).

Abbildung 5

Material zu Zahlen und Mengen



Um zählen zu können, reicht es nicht aus, die Zahlreihe aufsagen zu können. Vielmehr ist das Verständnis des Zählens bzw. das Verständnis, Anzahlen bestimmen zu können, an die folgenden Prinzipien gebunden (Benz et al., 2015; Gelman & Gallistel, 1978; Grassmann, 2015):

1. **Das Eindeutigkeitsprinzip** beschreibt die Eins-zu-eins-Zuordnung: Jedem gezählten Gegenstand wird genau ein Zahlwort zugeordnet. Kein Zahlwort wird zwei Gegenständen zugeordnet.
2. **Prinzip der stabilen Ordnung:** Die Reihe der Zahlwörter hat eine feste und eindeutige Ordnung.
3. **Kardinalzahlprinzip:** Das zuletzt genannte Zahlwort gibt die Mengenzahl an.
4. **Abstraktionsprinzip:** Alles – jede beliebige Menge – kann gezählt werden. Die Beschaffenheit der gezählten Objekte, Dinge etc. tritt nun in den Hintergrund. Die Kinder können abstrahieren und erkennen, dass die Menge bei drei Elefanten und drei Ameisen die gleiche ist.
5. **Prinzip der Irrelevanz der Anordnung:** Die Anordnung der gezählten Objekte ist für das Zählergebnis nicht entscheidend. Die Kinder erkennen, dass das Zählergebnis gleichbleibt, auch wenn sich die Anordnung der gezählten Objekte verändert.

Krajewski (2003) zeigt in ihren Untersuchungen, dass die Kinder im Alter von dreieinhalb Jahren über die ersten drei Zählprinzipien und bereits nach einem weiteren Jahr über die letzten beiden Zählprinzipien verfügen können.

³ Altersangaben dienen hier nur als grobe Orientierung. Die Entwicklung und das Lerntempo der Kinder verlaufen immer individuell. Clements und Sarama (2014) weisen darauf hin, dass viele Lern- und Entwicklungsschritte von Kindern auch schneller erlernt werden, wenn Kinder qualitätsvolle Erfahrungen im Bereich Mathematik sammeln können.

Tabelle 5

Lern- und Entwicklungsverlauf zum Zählen (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
ab 1 Jahr	Bereits im ersten Lebensjahr werden Zahlen ohne Sinngehalt nachgeplappert und wie ein Gedicht aufgesagt bzw. im Spiel rezipiert.
2 Jahre	Wenn die Kinder die Zahlwortreihe wiedergeben, erfolgt dies nicht unbedingt in einer richtigen Reihenfolge (eins, drei, fünf, zwei, sieben).
3 Jahre	Im Alter von dreieinhalb bis vier Jahren benutzen Kinder Zahlwörter zum Zählen in der richtigen Reihenfolge, jedoch kann ein Objekt übersehen oder zweimal gezählt werden.
	Die Kinder erfassen die Eins-zu-eins-Zuordnung im Kontext kleinerer Mengen. Sie erfassen beim Zählen das „Eindeutigkeitsprinzip“.
4 Jahre	Die Kinder erkennen, dass das zuletzt genannte Zahlwort die Mengenzahl angibt (Anzahlbewusstsein): Die Kinder zählen Objekte und können die Frage „Wie viele sind das?“ richtig beantworten. Sie beginnen, das Kardinalprinzip zu erfassen.
	Die Kinder zählen bis 10. Sie können möglicherweise bereits Zahlen schreiben, um 1-10 darzustellen und beginnen, Vorgänger und Nachfolger einer Zahl zu benennen.
5 Jahre	Die Kinder können Mengen von 1-10 sicher zählen, schriftlich darstellen und beginnen auch rückwärts zu zählen.
6 Jahre	Die Kinder können von verschiedenen Zahlen aus zu zählen beginnen und wissen schon sehr sicher, welche Vorgänger oder Nachfolger die Zahlen haben.
	Ein Teil der Kinder zählt mit Zehnerschritten bis 100 oder darüber hinaus.
	Einige Kinder können in Zweier- und Fünferschritten zählen.

5.3 Teil-Ganzes-Beziehung

Die Teil-Ganzes-Beziehung trägt dazu bei, zu verstehen wie sich Zahlen zusammensetzen und in welchen Varianten Zahlen zerlegt werden können. Die Kinder verstehen so, dass z. B. 5 in 2 und 3 zerlegt werden kann, aber auch in 4 und 1. Dieses Verständnis ist eng verbunden mit dem nachfolgend beschriebenen Operationsverständnis und somit auch mit den Additions- und Subtraktionsstrategien, dem Zählen, dem Mengenverständnis und dem simultanen Erfassen von Anzahlen (Clements & Sarama, 2014).

Aus der nachfolgenden Tabelle wird ersichtlich, wie sich das Verständnis für Teil-Ganzes-Beziehungen entwickelt.

Tabelle 6

Lern- und Entwicklungsverlauf zum Verständnis der Teil-Ganzes-Beziehung (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
3–4 Jahre	Die Kinder haben schon ein Gespür dafür, dass eine Menge aus mehreren Teilen größer ist als einzelne Teile der Menge. Sie können die genaue Anzahl aber noch nicht bestimmen, wenn sie danach gefragt werden und nennen dann meistens irgendeine Zahl.
4–5 Jahre	In diesem Alter erkennen Kinder, aus welchen Teilmengen sich Zahlen bis 5 zusammensetzen können. Zum Beispiel wissen Kinder, dass 2 und 2 eine Menge von 4 ergibt, aber auch 3 und 1.
6 Jahre	Die Kinder erweitern nach und nach ihr Teil-Ganzes-Verständnis von Anzahlen bis zu 7 und später bis zu 10.

5.4 Operationen

Die Entwicklung des Zählens geht mit der zunehmenden Fähigkeit zur Mengenerfassung einher und mündet schließlich in die Phase, erste Rechenoperationen zu verstehen und durchführen zu können (Krajewski, 2003).

Etwa ab dem vierten Lebensjahr bildet sich ein erstes Verständnis für einfache Rechenoperationen. Dieses erste Verständnis entwickelt sich in Abhängigkeit von einem anregungsreichen Lernumfeld stetig weiter, so wird das Lösen einfacher Additionen und Subtraktionen möglich (Krajewski, 2003) und Rechenoperationen wie das Verdoppeln und Halbieren von Mengen werden verstehbar (Grassmann, 2015):

5.4.1 Addition und Subtraktion

Das Addieren und Subtrahieren ist eng verbunden mit dem Zählen, was in der nachfolgenden Tabelle zu den einzelnen Lern- und Entwicklungsschritten erkennbar wird (Clements & Sarama, 2014).

Tabelle 7

Lern- und Entwicklungsverlauf zur Addition und Subtraktion (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
1 Jahr	Die Kinder sind sensibel für Mengenunterschiede, bei denen etwas hinzu- oder wekommt.
2–3 Jahre	Kleine Mengen bis zu 3 können nonverbal ergänzt oder auseinandergenommen werden.
4 Jahre	Die Kinder können Summen oder Differenzen (mit ganz kleinen Anzahlen bis ca. 5) bilden, wenn sie alle Objekte nochmals abzählen können, um zum Ergebnis zu kommen.
4–5 Jahre	Die Kinder können schon einfache Rechenaufgaben lösen, bei denen es um das Aufaddieren oder Abziehen geht, wenn die Kinder die Lösung an vorhandenen Objekten durchführen und abzählen können.
	Die Kinder erlernen in einem nächsten Schritt, fehlende Teilmengen zu finden (z. B. sie können $2 + _ = 4$ lösen).
5–6 Jahre	Einige Kinder können auf Anzahlen aufaddieren (durch Abzählen) und wissen, wie viele Objekte zum Aufaddieren notwendig waren.
6 Jahre	Ein Teil der Kinder kann sich aufgrund ihres Teil-Ganzes-Verständnisses einfache Rechenaufgaben einprägen (z. B. $5+5=10$) und flexibel zum Lösen von einfachen Rechenoperationen verwenden.

Kinder, die addieren und subtrahieren, nutzen diese Fertigkeiten auch im Freispiel. Das wird im folgenden Beispiel ersichtlich: Die Kindergartengruppe von Joni und Marie verbringt im Herbst viel Zeit im Garten. Beide Kinder spielen sehr gerne unter den Kastanienbäumen und sammeln die heruntergefallenen Kastanien. Joni bringt dabei zuerst zwei und dann nochmal zwei Kastanien. Marie zählt die Kastanien zusammen und sagt „Jetzt haben wir vier. Wir brauchen noch eine, dann sind es fünf!“.

5.4.2 Multiplikation und Division

Kinder lösen leichte Multiplikations- und Divisionsaufgaben meist intuitiv (Clements & Sarama, 2014). Die Multiplikation kommt in Spiel- und Alltagssituationen häufiger vor, als man annehmen möchte: Ein Kind, das die Gläser auf den Tisch für sechs Personen stellt, nimmt immer zwei Gläser gleichzeitig mit und stellt sie auf den Tisch und muss so insgesamt dreimal Gläser für diesen Tisch holen. Auch die Idee der Division ist den jungen Kindern nicht unbekannt, da sie bereits Erfahrungen im Umgang mit dem Verteilen einer Menge (z. B. dem Verteilen von Spielkarten) oder dem Aufteilen einer Menge (z. B. dem Aufteilen von etwa 10 Spielautos auf eine Anzahl von Kindern) gemacht haben (Kaufmann, 2010).

Exemplarische Beispiele aus der Praxis (Stadt Zürich, 2015; eigene)

- Auf dem Trampolin oder beim Seilspringen darf jedes Kind 30 Sprünge machen und dann gibt es einen Wechsel.
Zählen – Kardinalprinzip
- Wir zählen die gestapelten Teller und nach dem Tischdecken raten wir, ob sich die Anzahl wohl geändert hat und zählen nochmals die Teller.
Zählen – Prinzip der Irrelevanz der Anordnung
- Wir teilen den Apfel – wie viele Teile haben wir jetzt?
Operationen – Division
- Wir haben schon 8 Blätter und Stifte bereitgelegt. Nun wollen aber 10 Kinder malen. Wie viele Blätter würden wir noch brauchen?
Operationen – Addition
- Jetzt sind schon viele Kastanien am Boden. Da sind bereits fünf, an dieser Stelle zwei, usw.
Simultanes Erfassen
- Würfelspiele z. B. Leiterspiele: das Abzählen der Felder, das Entdecken bzw. das Erfassen der Würfelbilder.
Zählen – Simultanes Erfassen

VERTIEFUNGÜBUNG ZUM INHALTSBEREICH „ZAHLEN UND OPERATIONEN“

Als Vorarbeit für eine Teamsitzung dokumentieren alle möglichst viele witzige Ideen zum Thema „Zahlen und Operationen“, welche sie in den letzten Tagen umgesetzt haben – idealerweise als ausgedruckte Fotos.

In der Gruppe tauschen die KollegInnen sich zu den Ideen aus:

- Die Fotos oder Beschreibungen werden gruppiert und aufgehängt.
- Alle ergänzen die vorhandenen Beschreibungen mit weiteren Umsetzungsideen und kommentieren mindestens an einem Foto, welche bildungssprachlichen Formulierungen in den beschriebenen bzw. fotografierten Situationen genutzt werden können.

PRAXISCHECK

UMSETZUNGSIDEEN IM BEREICH „ZAHLEN UND OPERATIONEN“	SPRACHLICHE HERAUSFORDERUNGEN ZENTRALE BEGRIFFE
Beispiel: Kinder können beim Tischdecken helfen.	„Liegt bei jedem Suppenteller auch ein Löffel?“ „An diesem Tisch werden fünf Kinder essen. Drei Gläser habt ihr schon hingestellt. Wie viele Gläser werden noch benötigt?“, „Fehlen noch Servietten?“ etc.

6. Mathematischer Inhaltsbereich – Raum und Form

Kinder erobern sich nach und nach ihre Umgebung. Einen wichtigen Beitrag dazu leisten ihre Fähigkeiten zur räumlichen Vorstellung und Visualisierung sowie ihre räumliche Orientierungsfähigkeit. „Die Raumvorstellung gehört zu den Primärfaktoren der Intelligenz und kann insbesondere in der Kindheit angeregt und entwickelt werden“ (Grassmann, 2015, S. 26).

Auch hier weisen empirische Untersuchungen darauf hin, dass das räumliche Vorstellungsvermögen von Kindern im Alter von vier bis fünf Jahren die zukünftigen mathematischen Leistungen beeinflusst (Rittle-Johnson et al., 2019).

6.1 Räumliche Vorstellung und Visualisierung

Das räumliche Vorstellungsvermögen dient dazu, sich Objekte und den Raum, in dem sich diese Objekte befinden, vor dem inneren Auge vorzustellen. Kinder im Alter bis zu drei Jahren üben diese Fähigkeit z. B., indem sie mit Steckwürfeln spielen, wobei diese so gedreht werden müssen, dass sie durch die vorgegebenen Öffnungen passen. Später benötigen die Kinder ihr räumliches Vorstellungsvermögen beim Lösen von Puzzles, sowie die Fähigkeit der Visualisierung beim Zeichnen und Lesen von Bauplänen oder beim Falten von Papierfliegern nach Anleitung. Kinder stellen sich Objekte vorerst statisch vor und benötigen Erfahrungen und Zeit, bis sie eine Vorstellung davon entwickeln, wie sich Objekte verhalten, wenn sie verschoben, gewendet, gedreht oder verändert werden (Clements & Sarama, 2014). Dies gilt aber selbstverständlich auch für ganz alltägliche Dinge, wie das Einräumen vieler Dosen in eine Schublade, bis sie passen.

Ergänzend betont Grassmann (2015), dass die Fähigkeit zur Figur-Grund-Diskrimination, also das Erkennen von Figuren vor einem komplexen Hintergrund, ein wichtiger Bestandteil der visuellen Wahrnehmung ist und für die Visualisierung eine Rolle spielt. Im pädagogischen Alltag wird diese Fähigkeit über folgende Aktivitäten geschärft: das gemeinsame Betrachten und Besprechen von Wimmelbilderbüchern u. a. (Grassmann, 2015). In der nachfolgenden Tabelle wird ersichtlich, in welchen Schritten sich die Fähigkeit des räumlichen Vorstellens und Visualisierens entwickelt.

Tabelle 8

Lern- und Entwicklungsverlauf zur räumlichen Orientierung (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
0–3 Jahre	Die Kinder experimentieren mit verschiedenen Objekten: Wie können diese bewegt, gedreht, bzw. in welche Behälter können diese gesteckt werden? Nach und nach entwickeln die Kinder ein Gespür und schließlich das Wissen, wo bestimmte Objekte hineinpassen. Die Kinder können beispielsweise beim Ein- und Ausräumen von Kisten oder beim Spielen mit der Formenbox beobachtet werden (siehe Abbildung 3).
4 Jahre	Die Kinder entwickeln eine mentale Vorstellung davon, wie Objekte gedreht werden müssen, z. B. bei einem Puzzle mit wenigen und großen Teilen.
5 Jahre	Die Kinder haben schon eine gute Vorstellung davon, wie sie Objekte drehen müssen, damit sie zueinander passen, wie zum Beispiel beim Konstruktionsspiel. Sie machen jedoch immer noch Fehler beim Drehen (180°) und lernen hier teilweise immer noch durch „Versuch und Irrtum.“
6 Jahre	Die Kinder können sich das Ergebnis einer Drehung von Objekten bereits gedanklich vorstellen (mentale Rotation). Sie können zielgerichtet Objekte in Position schieben oder wenden (45°, 90° oder 180°).

6.2 Räumliche Orientierung

Die räumliche Orientierung ermöglicht es, dass wir uns in unserer Umgebung zurechtfinden. Das Wissen über die eigene örtliche Position und die Vorstellung in Relation zum Raum lässt zu, auch Positionen auf abstrakten Darstellungen wie z. B. Landkarten oder Gebäudeplänen einzuordnen. Unter Verwendung der Präpositionen beschreiben wir, wo wir uns selbst bzw. wo sich ein Objekt befindet. Kinder eignen sich diese Wortgruppe häufig sehr früh an (Clements & Sarama, 2014). Grassmann (2015) schreibt, dass sich besonders Bewegungsangebote dafür eignen, dass Kinder spielerisch ihre Fähigkeiten in diesem Bereich weiterentwickeln, und dies auch bereits in jungen Jahren möglich ist. Clements & Sarama (2009) berichten ergänzend, dass sich auch im Freispiel Situationen ergeben, in denen Kinder ihre räumliche Orientierung schulen: Zwei Mädchen spielen mit einem Puppenhaus. Das erste Mädchen platziert das Puppensofa neben das Fenster. Das zweite Mädchen argumentiert, dass das Sofa umgestellt werden müsse, da es vor den Fernseher gehöre.

6.3 Geometrische Formen

Die Beschäftigung mit den Eigenschaften von geometrischen Formen und Körpern ist für Kinder ein wichtiger Erfahrungsbe- reich (Reimann, 2010). Zu den geometrischen Formen zählen z. B. Kreis, Dreieck und Viereck, aber auch Trapez oder Parallelo- gramm. Kinder können geometrische Grundformen schon sehr früh aufgrund ihres Aussehens erkennen und verstehen, wie sie aufgrund von bestimmten Eigenschaften und Merkmalen unterschieden werden können, beispielsweise durch Länge, Anzahl der Ecken, Symmetrie, Winkel etc. (Clements & Sarama, 2014; Crowley, 1987).

Abbildung 6

Steckspiel „Formenbox“



Beim Zusammensetzen von geometrischen Formen geht es darum, mit bereits vorhandenen Formen neue zu kreieren (Clements & Sarama, 2014). Beispielsweise macht es vielen Kindern Freude, Tangram-Puzzles in verschiedenen Schwierigkeitsstufen zu legen.

Tabelle 9

Lern- und Entwicklungsverlauf zu geometrischen Formen (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
0–1 Jahr	Säuglinge nehmen räumliche Eigenschaften von Objekten z. B. Größenunterschiede wahr.
3 Jahre	Die Kinder unterscheiden geometrische Grundformen (Kreis, Rechteck, Quadrat und Dreieck).
3–5 Jahre	Die Kinder erkennen Varianten der geometrischen Grundformen: zum Beispiel, dass ein schiefes Dreieck eben auch ein Dreieck ist. Allmählich beginnen sie auch die Eigenschaften von Formen zu entdecken und miteinander zu vergleichen (z. B., dass Quadrate und Rechtecke zu den Vierecken zählen, weil diese vier Ecken haben).
5 Jahre	Die Kinder erkennen verschiedenste geometrische Formen (Sechseck, Trapez, Rhombus etc.) aufgrund ihrer Merkmale (z. B. Anzahl der Seiten, Ecken, Winkel).

6.4 Geometrische Körper

Wie auch bei den geometrischen Formen können geometrische Körper aufgrund ihres Aussehens oder ihrer Eigenschaften und Merkmale thematisiert, besprochen und erlebt werden. Zu den Grundformen geometrischer Körper zählen Würfel, Quader, Kugel und Pyramide. Studien zeigen auch hier Zusammenhänge zwischen den gemessenen Fähigkeiten beim Bauen mit Bausteinen im Elementarbereich und den späteren schulischen Mathematikleistungen im Alter von 18 bis 19 Jahren (Wolfgang et al., 2001).

Tabelle 10

Lern- und Entwicklungsverlauf zu geometrischen Körpern (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
1 Jahr	Die Kinder bauen in die Höhe beziehungsweise vertikal, z. B. werden Bausteine zu Türmen gestapelt.
1,5–2 Jahre	Die Kinder bauen auch horizontal, z. B. Straßen.
2–3 Jahre	Die Kinder bauen Zäune, Wände und Böden. Das vertikale und horizontale Bauen wird miteinander verbunden.
3–4 Jahre	Die Kinder beginnen nun auch Bögen und Brücken zu bauen.
4–5 Jahre	Komplexere Objekte wie z. B. Autos o. ä. werden gebaut.
5–6 Jahre	Die Kinder bauen komplexe Rampen, Stufen, Dächer etc.

Die Fähigkeit des Bauens – das Zusammensetzen von geometrischen Körpern – ist eng verknüpft mit dem räumlichen Vorstellungsvermögen sowie der räumlichen Orientierung. Mit einem Blick auf die Tabelle 10 wird sichtbar, dass zum Beispiel beim Bauen mit Bauklötzen die Höhe, die Fläche und das Volumen von geometrischen Körpern erfahrbar werden (Clements & Sarama, 2014; Jung & Conderman, 2017).

Abbildung 7

Geometrische Körper aus Knetmasse nachbauen



Exemplarische Beispiele aus der Praxis (Stadt Zürich, 2015; eigene):

- Ich sehe was, was du nicht siehst, und das ist rot und eckig?
Geometrische Formen – Visuelle Wahrnehmung
- Die pädagogische Fachperson und einzelne Kinder bauen gemeinsam aus unterschiedlichen Bausteinen einen möglichst hohen Turm, ohne dass er zusammenkracht. Es hängt eine Liste an der Wand, in welcher man die Erfolge aufschreiben kann.
Geometrische Formen und Körper
- Die pädagogische Fachperson und die Kinder erfinden Ordnungsschemen: In Gruppen wird überlegt, wie man die Instrumente aufräumt, und dies wird auf einem riesigen Blatt eingezeichnet und am Ort, wo die Dinge hingehören fixiert. Über mehrere Tage oder Wochen finden nun die Dinge ihren neuen Platz nach diesem Ordnungsmuster.
Geometrische Körper
- Wir machen mit diesen Stühlen einen Sesselkreis. Wer hilft mir?
Geometrische Formen – Räumliche Orientierung
- Kannst du bitte die Gläser auf den Tisch stellen,
Räumliche Orientierung – Präpositionen
- Kannst du bitte in den Garten gehen. Lotte spielt mit den anderen Kindern auf dem Spielhügel. Frag sie bitte, ob ihre Kappe unter der Bank liegt.
Räumliche Orientierung – Präpositionen – Wegbeschreibung

VERTIEFUNGSÜBUNG ZUM INHALTSBEREICH „RAUM UND FORM“

Zuerst bearbeitet jede pädagogische Fachperson eigenständig die nachfolgende Tabelle, was für sie zutrifft und formuliert Good-Practice-Beispiele.

Anschließend diskutiert die Gruppe mehrere Fragen:

- Welche Good-Practice-Beispiele hielten die teilnehmenden pädagogischen Fachpersonen fest?
- Welche Punkte machen mich noch unsicher?
- Sammeln Sie im Team Ideen zu den unterschiedlichen Punkten, damit alle über einen umfangreichen Pool von Umsetzungsmöglichkeiten verfügen.

PRAXISCHECK

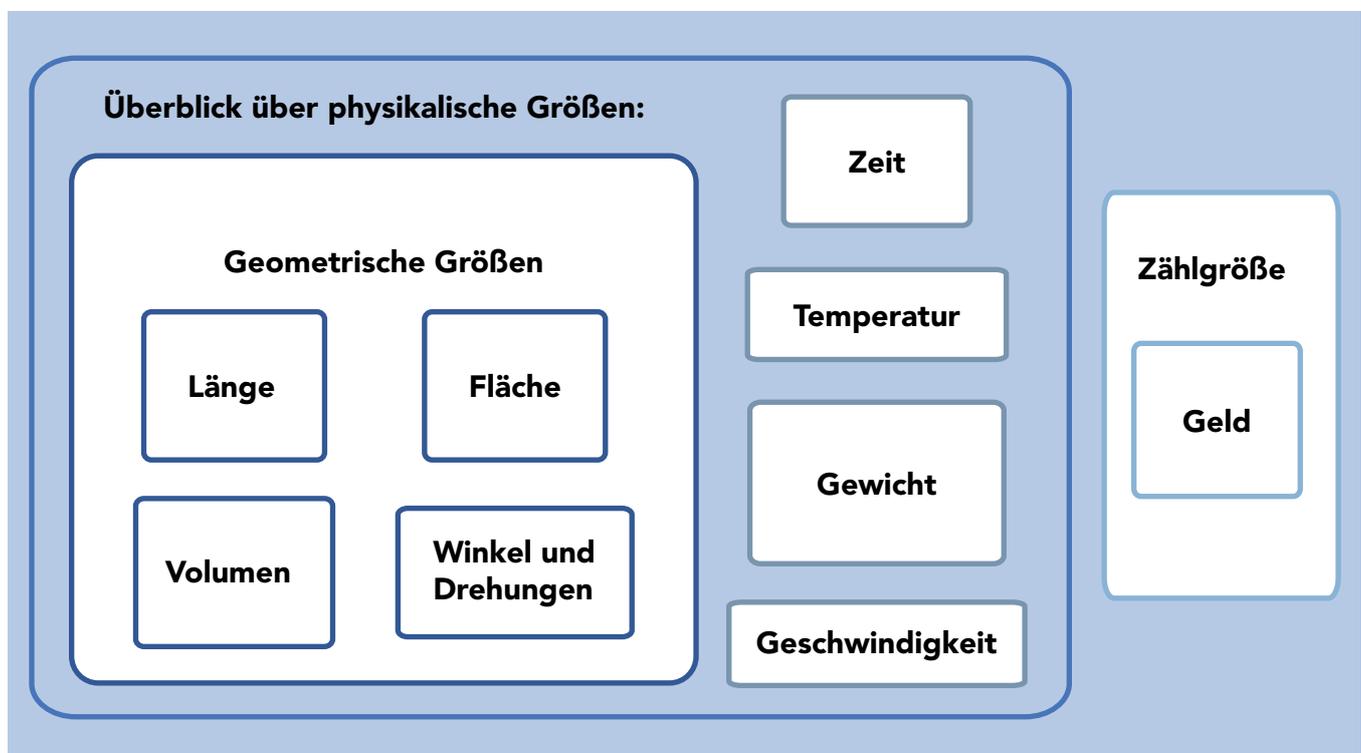
Indikator für gute mathematische Bildung (GrazIAS _{MATH})	Ich fühle mich dabei sicher	Ich fühle mich dabei unsicher	Halten Sie hier Good-Practice-Beispiele fest
<p>Ich schaffe viele Gelegenheiten, in denen die Kinder ihre räumlichen Vorstellungen zur Umsetzung bringen können und reflektiere diese mit ihnen.</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<p>Beispiel: Die pädagogische Fachperson sitzt mit zwei Kindern gemeinsam an einem Tisch. Sie wollen Papierflieger nach einer Vorlage in einem Buch falten. Alle drei haben ein Blatt vor sich und beginnen zu falten. Das eine Kind dreht sein Blatt immer genau so, wie es im Buch abgebildet ist, bevor es den nächsten Schritt faltet. Das andere Kind scheint zuerst nicht recht zu wissen, wie es das Papier als Nächstes falten muss, beobachtet dann aber das erste Kind und die Fachperson dabei und macht es ihnen nach. Die Fachperson begleitet sein Falten z.T. sprachlich und hebt mathematische Aspekte hervor (Halbierung des Blattes, Spiegelungen o. Ä.).</p>			
<p>Ich unterstütze die Kinder beim Aufbau ihrer räumlichen Orientierung.</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<p>Ich schaffe bzw. nutze viele Gelegenheiten, in denen die Kinder ihre räumliche Orientierung selbstständig erproben können.</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<p>Beispiel: Präpositionen, Weg- und/ oder Ortsbeschreibungen lassen sich gut im pädagogischen Alltag einbauen. So kann die pädagogische Fachperson beschreiben, wo bestimmte Spielsachen oder Gegenstände zu finden sind oder wo diese hingehören. Besonders beliebt sind auch Schatzsuchen mit Schatzkarten.</p>			
<p>Ich schaffe bzw. nutze Gelegenheiten, in denen die Kinder mit der Zusammensetzung geometrischer Formen oder Körper selbstständig experimentieren können.</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<p>Beispiel: Rüya spielt sehr gerne in der Bauecke. Heute hat die pädagogische Fachperson ein neues Material in der Bauecke platziert – magnetische Platten, die zusammenhalten. Rüya spielt den ganzen Vormittag vertieft mit dem Material und erschafft dabei verschiedenste Kreationen. Stolz zeigt er seine Kreationen der Fachperson und erklärt „Schau, aus den vielen Vierecken habe ich einen großen Würfel gebaut!“</p>			

7. Mathematischer Inhaltsbereich – Größen und Messen

Auch im Bereich der Größen und des Messens sammeln Kinder sehr früh Erfahrungen, indem sie z. B. vergleichen ob etwas größer oder kleiner, dicker oder dünner ist. (Grassmann, 2010). Auch dieser Inhaltsbereich ist mit den Bereichen „Zahlen und Operationen“ sowie „Raum und Form“ eng verknüpft und erschließt sich vor dem Hintergrund entsprechender Erfahrungen (Clements & Sarama, 2007; van den Heuvel-Panhuizen, 2005). Kinder erleben zunächst das Messen, wenn beispielsweise die eigene Körpergröße bestimmt und am Türrahmen vermerkt wird. Besonders Angaben zur eigenen Person (das Gewicht, Alter, Größe und Geburtsdatum) sind durch den Bezug zur eigenen Person interessant für die Kinder und eignen sich besonders gut, um Vergleiche anzustellen (Grassmann, 2015).

Abbildung 8

Überblick zu „Größen“ im Rahmen der frühen mathematischen Bildung; eigene Darstellung



Auch Geld und Zeit werden nach heute gängiger Betrachtungsweise als gesellschaftliche Maßeinheiten gesehen. Allerdings muss nach Clements & Sarama (2014) und auch van den Heuvel-Panhuizen (2005) berücksichtigt werden, dass Geld sich aufgrund seiner sich ständig verändernden Kaufkraft weniger für das frühe Verstehen des Messprozesses eignet. Dagegen zählt Zeit zu den mathematischen Größen, die auch für den Elementarbereich relevant sind (Grassmann, 2015). Dabei geht es darum, dass die Kinder den zyklischen Aspekt der Zeit kennenlernen (Jahreskreis, Monat etc.).

Der Inhaltsbereich „Größen und Messen“ ist mit den Bereichen „Zahlen und Operationen“ und „Raum und Form“ eng verknüpft und erschließt sich den Kindern auch durch die Erfahrungen, die sie in diesen Bereichen bereits gemacht haben (Clements & Sarama, 2007). So werden die Eigenschaften von Objekten, wie z. B. die Länge, die Fläche, das Volumen und meist auch das Gewicht im Alltag häufiger erlebbar, bestimmt oder explizit wie auch implizit verglichen (Grassmann, 2010).

7.1 Schätzen und Vergleichen

Kinder vergleichen Eigenschaften von Objekten bereits im Alter von zwei bis vier Jahren. Dabei können sie sowohl Größenunterschiede heranziehen, als auch erkennen, ob ein Objekt einem bestimmten Maßstab entspricht. Kinder können in ihrem Alltag somit konkret überprüfen, ob Puppen im Größenverhältnis zum Puppenhaus passen, und welche Puppe wohl die größte ist und sich somit als Mama oder Papa besonders gut eignet (Clements & Sarama, 2007).

Schätzungen sind wohlfundierte Vermutungen, die im mathematischen Bereich auf Vorstellungen und Erfahrungen basieren und die Kinder bereits gemacht haben. Meist dient das Schätzen dazu, eine bestimmte Problemstellung zu lösen (Clements & Sarama, 2014). So ist es Kindern möglich einzuschätzen, wie viele Bausteine sie ungefähr brauchen, um einen Zaun um die Bauecke zu legen, oder wie tief die Grube in der Sandkiste auszuheben ist, damit ein bestimmtes Fahrzeug ganz hineinpasst.

Häufig werden von den Kindern auch Repräsentanten herangezogen: Unter Repräsentanten werden Dinge verstanden, die eine mathematische Grundeinheit abbilden und das Schätzen erleichtern (Schütky et al., 2017). So ist z. B. eine Packung Milch ein Liter, eine Packung Mehl ist ein Kilo, kleine quadratische Holzklötze haben vielleicht die Seitenlänge von einem Zentimeter usw. (van den Heuvel-Panhuizen, 2005). Solche Vorstellungen unterstützen den Prozess des Schätzens.

7.2 Prinzip des Messens

Das Prinzip des Messens beschreibt, dass zum Bestimmen einer Größe (z. B. Länge) grundsätzlich von einem Nullpunkt ausgegangen wird. Es werden Messeinheiten festgelegt, diese werden gezählt und aus der Anzahl ergibt sich die Maßzahl (Clements & Sarama, 2007; Schütky et al., 2017). Standardisierte Einheiten sind z. B. Zentimeter. Es werden aber auch vielfach nichtstandardisierte Einheiten verwendet z. B. Strohhalm (Grassmann, 2010; van den Heuvel-Panhuizen, 2005).

Abbildung 9

Messen mit einem standardisierten Messinstrument



7.3 Länge

Die Länge gibt an, wie weit entfernt zwei Punkte voneinander sind (Stephan & Clements, 2003). Dabei können die Punkte z. B. zwei Ecken eines Vierecks sein oder der Start- und Zielpunkt einer Rennstrecke für Spielautos. Kinder, die Längen messen, lernen zu verstehen, dass kleine Teilstrecken als Einheiten gezählt werden und die Gesamtanzahl dieser die Länge angibt (Clements & Sarama, 2014).

Tabelle 11

Lern- und Entwicklungsverlauf zum Bereich „Bestimmen von Längen“ (Clements & Sarama, 2014)

ALTERSKOHORTE	LERN- UND ENTWICKLUNGSSTUFE
3 Jahre	Die Kinder können bereits erste Längen abschätzen und verstehen, dass die Länge eine Eigenschaft eines Objekts oder einer Strecke ist.
4 Jahre	Die Kinder beginnen Längen zu vergleichen: Welches Objekt ist länger oder sind sie gleich lang?
	Allmählich können sie die Länge von Objekten mit einem nicht-standardisierten Messinstrument z.B. einem Stück Schnur oder einem Strohhalm vergleichen und der Größe nach ordnen. Wenn die Kinder ein standardisiertes Messinstrument z.B. ein Lineal verwenden, kann es noch vorkommen, dass sich leichte Unsicherheiten beim Messvorgang einschleichen. Zum Beispiel wird der Nullpunkt nicht durchgehend richtig gesetzt.
5 Jahre	Die Kinder können nun Objekte der Länge nach sortieren.
6 Jahre	Den Kindern wird nach und nach bewusst, dass es gleichgroße Einheiten (z. B. cm, m) braucht, um einheitlich messen zu können.

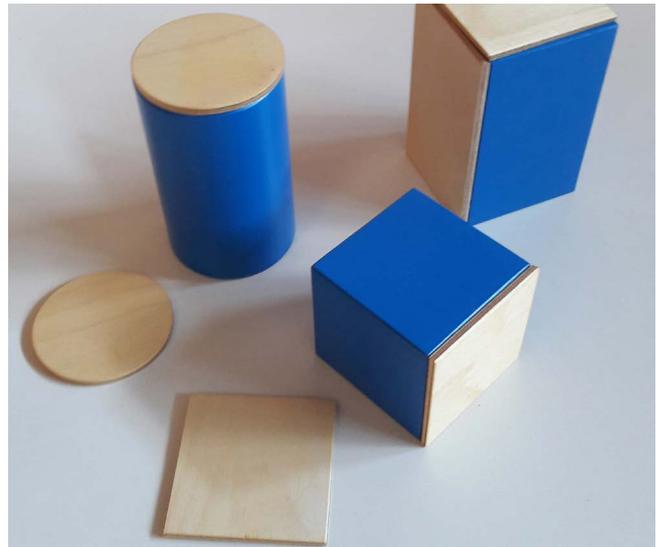
7.4 Fläche

Die Fläche einer (geometrischen) Form ist jener Bereich innerhalb bestimmter Linien, der die Form ausfüllt. Flächen können mit Kindern bestimmt werden, indem z. B. Flächeninhalte mit Stempeldrucken ausgefüllt werden und die Anzahl der gestempelten Felder gezählt wird. Die Anzahl aller Teile ergibt schließlich die Fläche (Clements & Sarama, 2007).

An dieser Stelle erkennt man wiederum deutlich, wie eng die einzelnen mathematischen Inhaltsbereiche miteinander verknüpft sind: das Zählen der Einheiten aus dem Bereich Zahlen und Operationen, die Fläche von (geometrischen) Formen oder Körper aus dem Bereich Raum und Form.

Abbildung 10

Anschauungsmaterial zu geometrischen Körpern und deren Grundflächen



7.5 Volumen

Das Volumen bezeichnet den Rauminhalt bzw. das Fassungsvermögen eines (geometrischen) Körpers. Bereits Kleinkinder experimentieren mit dem Füllvermögen von Bechern und anderen Gefäßen, wenn sie darin beispielsweise Wasser oder Sand einfüllen und wieder ausleeren. Bei den Maßangaben von Volumen, wie z. B. „ein halber Liter“, kommen die Kinder auch zum ersten Mal mit dem Bruchbegriff in Kontakt (Franke & Ruwisch, 2010).

Abbildung 11

Bereits im Kleinkindalter wird mit dem Füllvermögen von Behältern experimentiert



Exemplarische Beispiele aus der Praxis (Stadt Zürich, 2015; eigene):

- Wir halbieren die Bananen. Haben wir nun genügend für alle Kinder?
Mengen – Mengenvergleich
- Die Kinder haben die Puppen der Größe nach geordnet.
Größen – Größenvergleich
- Wie viel Mathematik ist im Pizzateig? Wir wiegen das Mehl für den Pizzateig ab. Wir brauchen zwei Teelöffel Salz. usw.
Messen
- Wie viele Schritte braucht es, um zur Sandkiste zu kommen?
Schätzen
- Jetzt messen wir die Strecke bis zur Sandkiste mit dem Metermaß ab.
Messen
- Wie viele Kinder braucht es, um den riesengroßen Sitzball zu umfassen?
Schätzen – Messen
- In der Bauecke: Wo steht der höchste Turm? Wir messen jetzt einmal nach.
Schätzen – Messen

VERTIEFUNGÜBUNG ZUM INHALTSBEREICH „GRÖSSEN UND MESSEN“

1. Sammeln Sie in einem ersten Schritt gemeinsam mit anderen Fachpersonen Ideen zu Messgeräten und überlegen Sie, wie Sie diese den Kindern präsentieren (als Materialergänzung einfach nur hinstellen, bewusst in den Alltag einbauen und die Kinder aktiv einbeziehen oder mit allen Kindern innerhalb einer gemeinsamen Aktivität nutzen).
2. Dokumentieren Sie die Beobachtungen von mindestens fünf ausgewählten Kindern, wie diese auf das neue oder aktivierte Materialangebot eingegangen sind.
3. In einem letzten Schritt werden die Beobachtungen besprochen und mögliche weiterführende Impulse kreiert.

8. Mathematischer Inhaltsbereich

– Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

Im Bereich Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten werden Inhalte, wie beispielsweise das Sammeln, Darstellen von Objekten bzw. Informationen oder die Wahrscheinlichkeiten von Alltagssituationen behandelt.

8.1 Daten und Häufigkeiten

Auch hier zeigt sich wieder, wie verwoben die einzelnen mathematischen Inhaltsbereiche miteinander sind. Die Erfahrungen des Sammelns, Sortierens und Klassifizierens, die dem Inhaltsbereich „Muster und Strukturen“ zugeordnet werden können, sind im kindlichen Alltag allgegenwärtig. Kinder beginnen – u. a. mit der pädagogischen Fachperson – Materialien im Kindergarten wie Bausteine, Legosteine, Glasnuggets etc. zu sortieren und entwickeln dabei ein erstes Kategorienverständnis. Die Zuordnung eines Objektes anhand einer Dimension (z. B. Farbe oder Form) gelingt Kindern schon früh. Das Kategorisieren nach zwei oder mehreren Dimensionen (z. B. Farbe und Form) erfassen viele Kinder dagegen erst, wenn sie in die Schule kommen (Montada, 2002). In Kombination mit dem Zählen münden diese Sortierversuche in die ersten Datenerhebungen (Krause, o.J.). Die Kinder entwickeln das Konzept der ersten Häufigkeitsdarstellungen.

Zum Beispiel kann danach gefragt werden, welche Haustiere die Kinder zu Hause haben. Die Symbolfiguren für Hund, Katze, Hase, Hahn werden nun in einer Reihe aufgestellt. Im nächsten Schritt wird nun reihum ermittelt, wie viele Kinder eine Katze, einen Hund etc. haben; z. B. 4 Kinder haben eine Katze, 2 Kinder einen Hund, wobei die jeweilige Anzahl der Kinder mittels Glasnuggets in einer Reihe vor dem entsprechenden Symbol aufgelegt wird. So entstehen verschieden lange Ansammlungen bzw. erste dreidimensionale Häufigkeitsdarstellungen.

Abbildung 12

Welche Haustiere haben die Kinder zu Hause. Die Umfrage ergab, dass 4 Kinder eine Katze, 2 Kinder einen Hund, 1 Kind einen Hasen, 2 Kinder auf einem Bauernhof mit Tieren wohnen und 6 Kinder keine Haustiere besitzen.



Ein typischer Datenvergleich ergibt sich auch im Kindergartenalltag, wenn beispielsweise die Geburtstage der Kinder in einem Kalender eingetragen werden, wobei Fragen auftauchen wie: „Wie viele Kinder haben im Januar Geburtstag?“ Wie in allen Bereichen der frühen mathematischen Bildung steht die Prämisse im Vordergrund, dass auf keinen Fall ein isoliertes Training im Inhaltsbereich „Daten und Häufigkeiten“ angestrebt werden darf. Vielmehr ergeben sich im pädagogischen Alltag unzählige Möglichkeiten, die mit Erfahrungsmöglichkeiten des Sortierens bzw. der Datenerfassung einhergehen (Grassmann, 2015).

8.2 Wahrscheinlichkeiten

An dieser Stelle beziehen wir uns darauf, mit den Kindern Ereignisse zu diskutieren, die unmöglich, wahrscheinlich oder sicher eintreten können. Das Einschätzen der Wahrscheinlichkeit von Alltagssituationen hängt von dem Vorwissen und den Erfahrungen der Kinder ab und kann sehr unterschiedlich sein (Kaufmann, 2010). Mit den Kindern kann beim einfachen Würfelspiel thematisiert und erprobt werden, wie häufig eine Sechs gewürfelt wird. Die Kinder sehen, dass nicht schicksalshafte Wendungen ausschlaggebend sind, sondern entwickeln auf diesem Weg ein erstes Verständnis von Wahrscheinlichkeiten.

Abbildung 13

Würfelspiel: Die Kinder legen für jede gewürfelte Zahl ein Glasnugget auf die leeren Felder. Hier kann zum Beispiel thematisiert werden, ob es Zahlen gibt, die gefühlt häufiger oder seltener vorkommen.



Exemplarische Beispiele aus der Praxis (Stadt Zürich, 2015; eigene):

- **Wir sortieren nach dem Waldspaziergang die gefundenen Schätze. Lasst uns schauen, wie viele Zapfen etc. wir gefunden haben**
Sortieren – Daten und Häufigkeiten
- **Wie viele rote Smarties haben wir? Wir legen sie einmal in einer Reihe auf. Wie viele blaue Smarties haben wir? Wir legen die verschiedenen Farben auch in einer Reihe auf. Lasst uns schauen, welche Smarties häufiger sind.**
Sortieren – Daten und Häufigkeiten
- **Wie wahrscheinlich ist das Glück? Alle Kinder zeichnen auf kleine Zettel verschiedene vorbesprochene Symbolbilder, z.B. einen Glücksklee, ein singendes Gesicht, ein hüpfendes oder lesendes Strichmännchen. Die Zettel werden zusammengefaltet und in einen Topf geworfen. Während der ganzen Woche darf immer wieder ein Kind einen Zettel ziehen und beim Glücksklee frei wählen, beim singenden Gesicht ein Lied wählen, das die Gruppe dann singt, beim hüpfenden Strichmännchen einen Parcours absolvieren und beim lesenden Strichmännchen liest die pädagogische Fachperson der Gruppe ein Rätsel vor. Am Ende der Woche werden die Zettelchen sortiert aufgeklebt und alle haben eine Übersicht, wie hoch die Wahrscheinlichkeit war, einen Glücksklee zu ziehen.**
Wahrscheinlichkeiten

VERTIEFUNGÜBUNG ZUM WISSEN ÜBER DIE FRÜHKINDLICHE ENTWICKLUNG IN DEN INHALTSBEREICHEN DER FRÜHEN MATHEMATISCHEN BILDUNG

1. Füllen Sie das nachfolgende Quiz zu den mathematischen Fähigkeiten der Kinder aus.
2. Vergleichen Sie die Ergebnisse im Team und besprechen Sie jene Punkte, bei denen Sie sich selbst unsicher waren und bei denen die Ergebnisse sehr unterschiedlich ausfielen. Die Lösungen sind auf der letzten Seite des Begleithefts zu finden bzw. können auch in den Tabellen zu den Lern- und Entwicklungsverläufen nachgelesen werden.

In welchem Alter **erwarten** Sie, dass Kinder die folgenden Fähigkeiten zeigen?
Bitte setzen Sie überall jeweils **ein Kreuz**.

Angaben in Jahren; Monaten (Beispiel: 1,0 = 1 Jahr / 1,6 = 1 Jahr, 6 Monate)	1,0 - 1,6	1,7 - 2,0	2,1 - 2,6	2,7 - 3,0	3,1 - 4,0	4,1 - 5,0	5,1 - 6,0
Fähigkeiten der Kinder							
Das Kind nimmt eine Menge von 4 Gegenständen auf einen Blick wahr (simultan erfassen).	<input type="checkbox"/>						
Das Kind ordnet 7 Objekte der Länge nach.	<input type="checkbox"/>						
Das Kind stapelt 4 Bausteine aufeinander.	<input type="checkbox"/>						
Das Kind identifiziert Formen (Kreis, Rechteck, Dreieck) in der Umgebung und auf Abbildungen.	<input type="checkbox"/>						
Das Kind baut mit Bauklötzchen brückenartige Gebilde (Balken auf zwei Stützen).	<input type="checkbox"/>						
Das Kind erstellt Bauwerke mit Bauklötzchen nach Plan (mit bis zu 20 Einzelteilen).	<input type="checkbox"/>						
Das Kind setzt Muster mit drei Elementen regelgerecht fort (z. B. ABBC – ABBC – ABBC usw.).	<input type="checkbox"/>						

(Lösung siehe S. 54)

Literaturverzeichnis

- Allgäuer-Hackl, E., Naphegyi, S. & Sammer, G. (2018). 5 Bausteine umfassender sprachlicher Bildung: Basiswissen, Steckbriefe guter Praxis und Selbstevaluierungsaufgaben. Bildung bringt's. https://sprachelesen.vobs.at/fileadmin/material/sprache/5Bausteine/kiga/A_Broschuere_5Bausteine_KIGA.pdf
- Benz, C., Peter-Koop, A. & Grüßing, M. (2015). Frühe mathematische Bildung: Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. Springer Spektrum.
- Berendes, K., Dragon, N., Weinert, S., Heppt, B. & Stanat, P. (2013). Hürde Bildungssprache? Eine Annäherung an das Konzept „Bildungssprache“ unter Einbezug aktueller empirischer Forschungsergebnisse. In A. Redder & S. Weinert (Hg.), Sprachförderung und Sprachdiagnostik: Interdisziplinäre Perspektiven (1. Aufl., S. 17–41). Waxmann Verlag GmbH.
- Beyer, A. (2015). Wenn zwei sich streiten, freut sich dann der Dritte? Bildungssprache vs. Schulsprache – eine terminologische Untersuchung. Pegasus-Onlinezeitschrift (2). http://www.pegasus-onlinezeitschrift.de/2015_2/pegasus_2015-2_beyer_bildschirm.pdf
- Brandt, H. & Gogolin, I. (2016). Sprachförderlicher Fachunterricht: Erfahrungen und Beispiele (1. Aufl.). FörMig-Material: Band 8. Waxmann.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. Second handbook of research on mathematics teaching and learning. In F. K. Lester (Hg.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics (2. Aufl., Bd. 1, S. 461–555). Information Age Publishing.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2009). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. Studies in mathematical thinking and learning. Routledge.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2014). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach (2. Aufl.). Studies in mathematical thinking and learning series. Routledge.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. Learning and teaching geometry(K-12), 1–16.
- Cummins, J. (2001). Language, power and pedagogy: Bilingual children in the crossfire. Bilingual education and bilingualism. Multilingual Matters Ltd.
- Döll, M., Neulinger, H., Öttl, P. & Pflieger, C. (Hg.) (2019). Bildungssprache im Sachunterricht. https://www.google.com/search?q=Forschungswerkstatt+zur+Bachelorarbeit%3A+Bildungssprache+im+Sachunterricht&rlz=1C5CHF_enAT863AT863&oeq=Forschungswerkstatt+zur+Bachelorarbeit%3A+Bildungssprache+im+Sachunterricht&aqs=chrome.69i57.1665j0j8&sourceid=chrome&ie=UTF-8
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. (2007). School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>
- Elschenbroich, D. (2002). Weltwissen der Siebenjährigen: Wie Kinder die Welt entdecken können [Neudr.]. Goldmann.
- Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule (2. Aufl.). Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II: Bd. 0. Spektrum Akademischer Verlag. <http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10412852> <https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2695-6>
- Fuson, K. C., Clements, D. H. & Sarama, J. (2015). Making Early Math Education Work for All Children. *Phi Delta Kappan*, 97(3), 63. <https://doi.org/10.1177/0031721715614831>
- Gasteiger, H. (2010). Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes (1. Auflage). Waxmann Verlag GmbH.
- Gasteiger, H. & Benz, C. (2016). Mathematikdidaktische Kompetenz von Fachkräften im Elementarbereich – ein theoriebasiertes Kompetenzmodell. Universitätsbibliothek Dortmund.
- Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). The Childs Understanding of Numbers. Harvard University Press.
- Gogolin, I. (Hg.). (2013). FörMig-Edition: Bd. 9. Herausforderung Bildungssprache - und wie man sie meistert. Waxmann.
- Gogolin, I. & Duarte, J. (2016). Bildungssprache. In J. Kilian, B. Brouër & D. Lüttenberg (Hg.), Handbücher Sprachwissen: Band 21. Handbuch Sprache in der Bildung (S. 478–499). De Gruyter.
- Gogolin, I. & Lange, I. (2011). Bildungssprache und durchgängige Sprachbildung. In S. Fürstenau & M. Gomolla (Hg.), Migration und schulischer Wandel : Mehrsprachigkeit (S. 107–127). VS, Verl. für Sozialwiss.
- Grassmann, M. (2010). Entwicklung mathematischer Fähigkeiten. In C. Walter-Laager, M. Pfiffner & J. Schwarz (Hg.), Dossier zur vertiefenden Auseinandersetzung mit dem Bildungsbereich Mathematik (S. 2–4). PRO KIGA Lehrmittelverlag.
- Grassmann, M. (2015). Mathematik. In Stadt Zürich (Hg.), Erfahrungsfelder und Beobachtungspunkte für den Frühbereich (S. 23–31).
- Grüßing, M. (Hg.). (2006). Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: [beobachten, fördern, dokumentieren] (1. Aufl.). Mildenberger.

- Haug, R. & Wittmann, G. (2013). Materialien wachsen mit: Muster und Strukturen vom Kindergarten bis zur Sekundarstufe I. *mathematik lehren*(176), 8–13.
- Hirsh-Pasek, K., Golinkoff, R. M., Berk, L. E. & Singer, D. G. (2009). *A mandate for playful learning in preschool: Presenting the evidence*. Oxford University Press.
- Itel, N. & Haid, A. (2018). Den Wortschatz erweitern. In: Walter-Laager, C., Pözl-Stefanec, E., Bachner, Ch., Rettenbacher, K., Vogt, F. & Grassmann, S. (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung. Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende. (1. Aufl., S. 18-22) Graz: Karl-Franzens-Universität Graz. Umwelt-, Regional- und Bildungswissenschaftliche Fakultät. Institut für Erziehungs- und Bildungswissenschaft. Arbeitsbereich Elementarpädagogik
- Jung, M. & Conderman, G. (2017). Early Geometry Instruction for Young Children. *Kappa Delta Pi Record*, 53(3), 126. <https://doi.org/10.1080/00228958.2017.1334478>
- Kaufmann, S. (2010). *Handbuch für die frühe mathematische Bildung* (Dr. A,1). Schroedel.
- Klibanoff, R. S., Levine, S. C., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M. & Hedges, L. V. (2006). Preschool Children's Mathematical Knowledge The Effect of Teacher „Math Talk“. *Developmental Psychology*, 42(1), 59. <http://content.apa.org/journals/dev/42/1>
- Kloo, D., Perner, J., Kerschuber, A., Dabernig, S. & Aichorn, M. (2008). Sorting between dimensions: Conditions of cognitive flexibility in preschoolers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 100(2), 115–134. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2007.12.003>
- Koch, P. & Österreicher, W. (1985). Sprache der Nähe – Sprache der Distanz. Mündlichkeit und Schriftlichkeit im Spannungsfeld von Sprachtheorie und Sprachgeschichte. In *Romanistisches Jahrbuch*. De Gruyter; Hansischer Gildenverlag, Joachim Heitmann & Co; Kommissionsverlag Cram, de Gruyter & Co.
- Krajewski, K. (2003). Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. *Schriftenreihe Studien zur Kindheits- und Jugendforschung*. Kovac, Dr. Verlag.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*(53 (4)), 246–262.
- Krause, M. (o.J.). Mathematische Kompetenzen: Überall in der Umwelt Kita gibt es Kategorien, Ordnungen und Regelmäßigkeiten – eine Vielzahl an Gelegenheiten, mathematische Grunderfahrungen zu sammeln. <http://www.kompik.de/entwicklungsbereiche/mathematik/wissenschaftlicher-hintergrund.html>
- Lehrl, S., Kluczniok, K. & Rossbach, H. G. (2016). Longer-term associations of preschool education: The predictive role of preschool quality for the development of mathematical skills through elementary school. *Early Childhood Research Quarterly*, 475–488. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.01.013>
- Leisen, J. (2018). Von der Alltagssprache zur Bildungssprache. *Deutsche Lehrer im Ausland*, 65(4), 335–345.
- Lossius, H. M. & Lundhaug, T. (2020). Mathematical Problem-Solving Visualised in Outdoor Activities. In M. Carlsen, I. Erfjord & P. S. Hundeland (Hg.), *Mathematics Education in the Early Years: Results from the POEM4 Conference, 2018* (1. Aufl., S. 127–142). Springer Nature Switzerland AG.
- Löffler, C. & Itel, N. (2018). Sprache modellieren. In: Walter-Laager, C., Pözl-Stefanec, E., Bachner, Ch., Rettenbacher, K., Vogt, F. & Grassmann, S. (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung. Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende. (1. Aufl., S. 26-30) Graz: Karl-Franzens-Universität Graz. Umwelt-, Regional- und Bildungswissenschaftliche Fakultät. Institut für Erziehungs- und Bildungswissenschaft. Arbeitsbereich Elementarpädagogik
- Luken, M. M., Peter-Koop, A. & Kollhoff, S. (2014). Influence of Early Repeating Patterning Ability on School Mathematics Learning. *North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Lüken, M. M. (2012). Young Children's Structure Sense. *J Math Didakt*(33), 263–285.
- Meyer, H. & Walter-Laager, C. (2012). *Leitfaden für Lehrende in der Elementarpädagogik: [Ausbildung lebendig gestalten!]* (1. Aufl.). Frühe Kindheit : Ausbildung & Studium. Cornelsen.
- Montada, L. (2002). Die geistige Entwicklung aus der Sicht Jean Piagets. In R. Oerter & L. Montada (Hg.), *Entwicklungspsychologie: Lehrbuch* (5. Aufl., S. 418–442). Beltz PVU.
- Müller, K. & Ehmke, T. (2016). Soziale Herkunft und Kompetenzerwerb. In K. Reiss, C. Sälzer, A. Schiepe-Tiska, E. Klieme & O. Köller (Hg.), *PISA 2015: Eine Studie zwischen Kontinuität und Innovation* (S. 285–316). Waxmann.
- Österreichisches Sprachen-Kompetenz-Zentrum (Hg.). (2017). *Aufbau von Bildungssprache in der Grundschule – Fokus Grundstufe I. Wege zu einem vernetzten, sprachsensiblen und inklusiven Deutschunterricht [Sonderheft]*. ÖSZ Praxisreihe(27). Graz. ÖSZ. http://www.oesz.at/sprachsensiblerunterricht/UPLOAD/oesz_praxisheft_27_deutsch_su_usbplus_web.pdf
- Papic, M. (2007). Promoting repeating patterns with young children - More than just alternating colours! *Australian Primary Mathematics Classroom*, 12(3), 8–13. <http://content.ebscohost.com/ContentServer.asp?T=P&P=AN&K=26651737&EbscoContent=dGJyMNLr40Sep7E4zdnyOLCmsEieprZSs6q4TLCWxWXS&ContentCustomer=dGJyMPGot0i0ra9LuePfgexy%2bEu3q64A&D=aph>

- Pasnak, R., Thompson, B. N., Gagliano, K. M., Righi, M. T. & Gadzichowski, K. M. (2019). Complex Patterns for Kindergartners. *Journal of Educational Research*, 112(4), 528. <https://doi.org/10.1080/00220671.2019.1586400>
- Pianta, R. C. (2017). Beobachtung und Weiterentwicklung der Fachkraft-Kind-Interaktionen in der Frühpädagogik. In M. Wertfein, A. Wildgruber, C. Wirts & F. Becker-Stoll (Hg.), *Interaktionen in Kindertageseinrichtungen : Theorie und Praxis im interdisziplinären Dialog* (S. 22–34). Vandenhoeck & Ruprecht.
- Reichmann, E. (2018) Redirect – Sprache weiterleiten. In: Walter-Laager, C., Pözl-Stefanec, E., Bachner, Ch., Rettenbacher, K., Vogt, F. & Grassmann, S. (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung. *Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende*. (1. Aufl., S. 30-34) Graz: Karl-Franzens-Universität Graz. Umwelt-, Regional- und Bildungswissenschaftliche Fakultät. Institut für Erziehungs- und Bildungswissenschaft. Arbeitsbereich Elementarpädagogik
- Reimann, M. (2010). Kindergartenkinder be-greifen geometrische Objekte in Spiel- und Erkundungssituationen. Universitätsbibliothek Dortmund.
- Rittle Johnson, B., Fyfe, E. R., Hofer, K. G. & Farran, D. C. (2017). Early Math Trajectories: Low-Income Children’s Mathematics Knowledge From Ages 4 to 11. *Child Development*, 88(5), 1727–1742. <https://doi.org/10.1111/cdev.12662>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., Loehr, A. M. & Miller, M. R. (2015). Beyond numeracy in preschool: Adding patterns to the equation. *Early Childhood Research Quarterly*, 101–112. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.01.005>
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E. & McEldoon, K. L. (2013). Emerging understanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development*, 14(3), 376–396. <https://doi.org/10.1080/15248372.2012.689897>
- Rittle-Johnson, B., Zippert, E. L. & Boice, K. L. (2019). The roles of patterning and spatial skills in early mathematics development. *Early Childhood Research Quarterly*, 166–178. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.03.006>
- Roßbach, H.-G. & Frank, A. (2008). Bildung, Erziehung und Betreuung in der frühen Kindheit: Forschungsstand und -bedarf. In *Bildung und Kindheit : Pädagogik der Frühen Kindheit in Wissenschaft und Lehre ; [Kongress „Frühkindliche Bildung in Forschung und Lehre“ am 28. und 29. Juni 2007 im Französischen Dom in Berlin]* (S. 255–269). Budrich.
- Sawyer, W. W. (1955). *Prelude to mathematics*. Pelican books. Penguin Books.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Schuler, S. (2013). Mathematische Bildung im Kindergarten in formal offenen Situationen: Eine Untersuchung am Beispiel von Spielen zum Erwerb des Zahlbegriffs. *Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik*. Waxmann.
- Schönfelder, M. (2018). Sprachfördernde Fragen. In: Walter-Laager, C., Pözl-Stefanec, E., Bachner, Ch., Rettenbacher, K., Vogt, F. & Grassmann, S. (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung. *Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende*. (1. Aufl., S. 22-26) Graz: Karl-Franzens-Universität Graz. Umwelt-, Regional- und Bildungswissenschaftliche Fakultät. Institut für Erziehungs- und Bildungswissenschaft. Arbeitsbereich Elementarpädagogik
- Schütty, R., Grasser, U., Haider, R. & Holzer, N. (2017). *Fachwissenschaftliche Grundlagen der Primarstufenmathematik* (1. Auflage). LogoMedia.
- Siraj-Blatchford, I. (2002). Researching effective pedagogy in the early years. Research report: Bd. 356. Department for Education and Skills. <http://www.327matters.org/docs/rr356.pdf>
- Skerra, A. (2018). Scaffolding – Erfolgreich Sprache bilden und fördern im inklusiven Unterricht. Potsdamer Zentrum für empirische Inklusionsforschung (ZEIF). https://www.uni-potsdam.de/fileadmin/projects/inklusion/PDFs/ZEIF-Blog/Skerra_2018_Scaffolding.pdf
- Stadt Zürich (Hg.). (2015). Erfahrungsfelder und Beobachtungspunkte für den Frühbereich. https://www.kibesuisse.ch/fileadmin/user_upload/Kibesuisse/Dokumente/Extern/150713_dossier_erfahrungsfelder_zh.pdf
- Stephan, M. & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. H. Clements & G. Bright (Hg.), *Yearbook / National Council of Teachers of Mathematics: Bd. 2003. Learning and teaching measurement* (S. 3–16). National Council of Teachers of Mathematics.
- Tietze, W., Becker-Stoll, F., Bensel, J., Eckhardt, A. G., Haug-Schnabel, G., Kalicki, B. & Keller, H. (Hg.). (2013). *Nationale Untersuchung zur Bildung, Betreuung und Erziehung in der frühen Kindheit (NUBBEK)*. Verl. Das Netz.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Barkai, R. & Levenson, E. (2020). Copying and Comparing Repeating Patterns: Children’s Strategies and Descriptions. In M. Carlsen, I. Erfjord & P. S. Hundeland (Hg.), *Mathematics Education in the Early Years: Results from the POEM4 Conference, 2018* (1. Aufl., S. 63–78). Springer Nature Switzerland AG.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (Hg.). (2005). Young children learn measurement and geometry: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for the lower grades in primary school. TAL Project Freudenthal Inst. Univ.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., van den Boogaard, S. & Doig, B. (2009). Picture Books Stimulate the Learning of Mathematics. *Australasian Journal of Early Childhood*, 34(3), 30. <https://doi.org/10.1177/183693910903400305>
- van Oers, B. (2010). Mathematisches Denken bei Vorschulkindern. In W. E. Fthenakis & P. Oberhuemer (Hg.), *Frühpädagogik international : Bildungsqualität im Blickpunkt* (S. 313–329). VS, Verl. für Sozialwiss.

- Vogt, F. & Zumwald, B. (2018). Mit Kindern langanhaltende Dialoge gestalten. In C. Walter-Laager, E. Pözl-Stefanec, Ch. Bachner, K. Rettenbacher, F. Vogt, & S. Grassmann (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung. Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende. (1. Aufl., S. 14-18) Graz: Karl-Franzens-Universität Graz. Umwelt-, Regional- und Bildungswissenschaftliche Fakultät. Institut für Erziehungs- und Bildungswissenschaft. Arbeitsbereich Elementarpädagogik
- Vygotskij, L. S. (1993). Denken und Sprechen (8. Aufl.). Fischer-Taschenbücher. Beltz Juventa.
- Wadepohl, H., Mackowiak, K. & Froehlich-Gildhoff, K. (2017). Interaktionsgestaltung in Familie und Kindertagesbetreuung. Psychologie in Bildung und Erziehung: Vom Wissen zum Handeln. Springer Fachmedien. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-10276-0>
- Walter-Laager, C. (2018). Didaktik des Frühbereichs. In I. Schenker (Hg.), Didaktik in Kindertageseinrichtungen: Eine systemisch-konstruktivistische Perspektive (1. Aufl., S. 232–249). Beltz Juventa.
- Walter-Laager, C., Pözl-Stefanec, E., Bachner, C., Rettenbacher, K., Vogt, F. & Grassmann, S. (Hg.). (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung: Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende [Sonderheft]. Graz. Karl-Franzens-Universität Graz. https://static.uni-graz.at/fileadmin/projekte/digitalisierte-kindheit/Begleitheft_sprachliche_Bildung_web_2019-2.pdf
- Warren, E. & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. Australian Primary Mathematics Classroom, 11(1), 9–14. <http://content.ebscohost.com/ContentServer.asp?T=P&P=AN&K=20355213&EbscoContent=dGJyMNLr40Sep7E4zdnyOLCmsEieprdSr6%2b4Ta%2bWxWXS&ContentCustomer=dGJyMPGot0i0ra9LuePfgex%2bEu3q64A&D=aph>
- Wolfgang, C. H., Stannard, L. L. & Jones, I. (2001). Block Play Performance among Preschoolers as a Predictor of Later School Achievement in Mathematics. Journal of Research in Childhood Education, 15(2), 173–180. <https://doi.org/10.1080/02568540109594958>
- Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of Patterns The Tension between Algebraic Thinking and Algebraic Notation. Educational Studies in Mathematics, 49(3), 379–402.
- Zollinger, B. (2015). Kommunikation und Sprache. In Stadt Zürich (Hg.), Erfahrungsfelder und Beobachtungspunkte für den Frühbereich (S. 7–11).
- Rettenbacher, F. Vogt, & S. Grassmann (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung. Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende. (1. Aufl., S. 14-18) Graz: Karl-Franzens-Universität Graz. Umwelt-, Regional- und Bildungswissenschaftliche Fakultät. Institut für Erziehungs- und Bildungswissenschaft. Arbeitsbereich Elementarpädagogik
- Vygotskij, L. S. (1993). Denken und Sprechen (8. Aufl.). Fischer-Taschenbücher. Beltz Juventa.
- Wadepohl, H., Mackowiak, K. & Froehlich-Gildhoff, K. (2017). Interaktionsgestaltung in Familie und Kindertagesbetreuung. Psychologie in Bildung und Erziehung: Vom Wissen zum Handeln. Springer Fachmedien. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-10276-0>
- Walter-Laager, C. (2018). Didaktik des Frühbereichs. In I. Schenker (Hg.), Didaktik in Kindertageseinrichtungen: Eine systemisch-konstruktivistische Perspektive (1. Aufl., S. 232–249). Beltz Juventa.
- Walter-Laager, C., Pözl-Stefanec, E., Bachner, C., Rettenbacher, K., Vogt, F. & Grassmann, S. (Hg.). (2018). 10 Schritte zur reflektierten alltagsintegrierten sprachlichen Bildung: Arbeitsmaterialien für Aus-, Fort- und Weiterbildungen, Teamsitzungen und Elternabende [Sonderheft]. Graz. Karl-Franzens-Universität Graz. https://static.uni-graz.at/fileadmin/projekte/digitalisierte-kindheit/Begleitheft_sprachliche_Bildung_web_2019-2.pdf
- Warren, E. & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. Australian Primary Mathematics Classroom, 11(1), 9–14. <http://content.ebscohost.com/ContentServer.asp?T=P&P=AN&K=20355213&EbscoContent=dGJyMNLr40Sep7E4zdnyOLCmsEieprdSr6%2b4Ta%2bWxWXS&ContentCustomer=dGJyMPGot0i0ra9LuePfgex%2bEu3q64A&D=aph>
- Wolfgang, C. H., Stannard, L. L. & Jones, I. (2001). Block Play Performance among Preschoolers as a Predictor of Later School Achievement in Mathematics. Journal of Research in Childhood Education, 15(2), 173–180. <https://doi.org/10.1080/02568540109594958>
- Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of Patterns The Tension between Algebraic Thinking and Algebraic Notation. Educational Studies in Mathematics, 49(3), 379–402.
- Zollinger, B. (2015). Kommunikation und Sprache. In Stadt Zürich (Hg.), Erfahrungsfelder und Beobachtungspunkte für den Frühbereich (S. 7–11).

LÖSUNG FÜR VERTIEFUNGÜBUNG ZUM WISSEN ÜBER DIE FRÜHKINDLICHE ENTWICKLUNG IN DEN INHALTSBEREICHEN DER FRÜHEN MATHEMATISCHEN BILDUNG VON S. 49

In welchem Alter erwarten Sie, dass Kinder die folgenden Fähigkeiten zeigen? Bitte setzen Sie überall jeweils ein Kreuz .							
Angaben in Jahren; Monaten (Beispiel: 1,0 = 1 Jahr / 1,6 = 1 Jahr, 6 Monate)	1,0 - 1,6	1,7 - 2,0	2,1 - 2,6	2,7 - 3,0	3,1 - 4,0	4,1 - 5,0	5,1 - 6,0
Fähigkeiten der Kinder							
Das Kind nimmt eine Menge von 4 Gegenständen auf einen Blick wahr (simultan erfassen).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Kind ordnet 7 Objekte der Länge nach.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Das Kind stapelt 4 Bausteine aufeinander.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Kind identifiziert Formen (Kreis, Rechteck, Dreieck) in der Umgebung und auf Abbildungen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Kind baut mit Bauklötzchen brückenartige Gebilde (Balken auf zwei Stützen).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Kind erstellt Bauwerke mit Bauklötzchen nach Plan (mit bis zu 20 Einzelteilen).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Das Kind setzt Muster mit drei Elementen regelgerecht fort (z. B. ABBC – ABBC – ABBC usw.).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Frühe mathematische Bildung zur Sprache bringen
Arbeitsmaterial für Aus-, Fort- und Weiterbildungen sowie Teamsitzungen