

# Wirtschaftsmathematik – Übungen SS 2024

## Blatt 0: Wiederholung der Grundlagen

Dieses Blatt 0 dient zur Orientierung und Selbsteinschätzung der Studierenden. Die Beispiele behandeln Inhalte, die in der Wirtschaftsmathematik VO und UE vorausgesetzt werden. Daher werden die Beispiele auch nicht in den Übungen behandelt, sondern stellen einen Teil der Inhalte des Basis-Tutoriums dar.

Wir empfehlen den Studierenden, die Beispiele als Selbsttest zu rechnen und die eigenen Kenntnisse kritisch zu hinterfragen. Bei Schwierigkeiten oder Unklarheiten sollte unbedingt das Basis-Tutorium besucht werden.

1. Berechnen Sie:

$$\text{a) } 1^2 \quad \text{b) } 0^{-2} \quad \text{c) } (1+0)^2 \quad \text{d) } \sqrt{121}$$

$$\text{e) } \sqrt{-64} \quad \text{f) } \sqrt[3]{-27} \quad \text{g) } \left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{h) } \left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{6}}$$

Lösung: a) 1; b) nicht definiert; c) 1; d) 11; e) nicht definiert in  $\mathbb{R}$ ; f)  $-3$ ; g)  $-\frac{1}{2}$ ; h) Exponent muss vollständig gekürzt sein!

2. Berechnen Sie:

$$\text{a) } \frac{3}{8} + \frac{2}{3} =$$

$$\text{b) } \frac{x}{10} + \frac{3x}{5} - \frac{x}{2} =$$

$$\text{c) } \frac{a}{5} + \frac{2}{10} =$$

Lösung: a)  $\frac{25}{24}$ ; b)  $\frac{x}{5}$ ; c)  $\frac{a+1}{5}$

3. Multiplizieren Sie aus und fassen Sie zusammen:

$$\text{a) } (a-b)^2 + (-a-b)^2 =$$

$$\text{b) } (a-2b) \cdot (2b-a) \cdot (a+b) =$$

Lösung: a)  $2a^2 + 2b^2$ ; b)  $-a^3 + 3a^2b - 4b^3$

4. Zerlegen Sie in ein Produkt:

a)  $4x^2 - 9y^2$

b)  $3a^2 + 15ab$

Lösung: a)  $(2x + 3y) \cdot (2x - 3y)$ ; b)  $3a \cdot (a + 5b)$

5. Vereinfachen bzw. berechnen Sie folgende Ausdrücke:

a)  $\frac{10ab}{5b \cdot 2a}$

b)  $\frac{xy}{(2x - x) \cdot y}$

c)  $\frac{x}{y} + \frac{x + y}{x - y}$

d)  $\frac{10ax + 15bx}{8ax + 12bx}$

e)  $\frac{2x - 1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{x - 5}{x}$

f)  $\frac{5x - y}{y - 5x} - \frac{4x - z}{z}$

Lösung: a) 1; b) 1; c)  $\frac{x^2 + y^2}{(x - y) \cdot y}$ ; d)  $\frac{5}{4}$ ; e)  $\frac{x^2 + 4x + 1}{x^2}$ ; f)  $-\frac{4x}{z}$

6. Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$\frac{(x^2 - 2xyz + y^2z^2) \cdot (x + yz)}{x^2 - y^2z^2} =$$

Lösung:  $x - yz$

7. Vereinfachen Sie soweit möglich:

$$\frac{a - c}{2(a - b)} - \frac{a - b}{2} \cdot \left[ \frac{2b}{a^2 - b^2} - \frac{a + c}{(a - b)^2} \right] =$$

Lösung:  $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$

8. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

a)  $\left[ \left( \frac{2a^6}{3b^3} \right)^4 : \left( \frac{-4a^2}{9b} \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{2b^3}{3a^2} \right)^2 =$

b)  $\frac{(2a^3)^2}{(3a^{-2})^3 \cdot a^2} : \frac{(a^2)^3}{3^2a^4} =$

c)  $\left[ \left( \frac{9x^{-1}y}{5z^2} \right)^{-1} : \left( \frac{3x^2z^{-2}}{15z^3} \right)^{-2} \right] : \left( \frac{2x^{-3}z^2}{y^2} \right)^{-2} =$

d)  $\frac{2x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} =$

e)  $\frac{\frac{x}{y^2} \cdot \sqrt[6]{\frac{y^2}{x^9}}}{2x^{-3}} =$

Lösung: a)  $\frac{4a^{16}}{9b^4}$ ; b)  $\frac{4}{3}a^8$ ; c)  $\frac{4}{45xy^5z^4}$ ; d)  $2\sqrt{x}$ ; e)  $\frac{1}{2} \frac{x^{\frac{5}{3}}}{y^{\frac{5}{3}}}$

9. Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck:

$$\left[ \left( \frac{3(x-y)}{2a \cdot b^3} \right)^{-3} : \frac{4a^{-2}b^6}{(x-y)^4} \right] \cdot \frac{9(x+y)}{a^5 b^3} =$$

Lösung:  $\frac{2(x^2 - y^2)}{3}$

10. Lösen Sie die Gleichungen nach der Variablen  $x$  auf und geben Sie jeweils die Lösungsmenge an:

a)  $(3x - 6)^2 - (9 - 2x)^2 = 35$

b)  $3x^2 - 5x = 0$

c)  $x^2 - 7x = -10$

d)  $4x^2 - 25x + 6 = 0$

e)  $(x - 3) \cdot (x + 1) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$

Lösung: a)  $x_1 = -4, x_2 = 4, L = \{-4; 4\}$ ; b)  $x_1 = 0, x_2 = \frac{5}{3}$ ; c)  $x_1 = 2, x_2 = 5$ ; d)  $x_1 = 6, x_2 = \frac{1}{4}$ ; e)  $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = \frac{1}{2}$

11. Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung mit einem Parameter  $b \in \mathbb{R}$

$$3x^2 + bx - 10 = 0$$

und eine Lösung  $x_1 = \frac{5}{3}$ .

Bestimmen Sie den Parameter  $b$  und die fehlende Lösung.

Lösung:  $b = 1; x_2 = -2$

12. a) Der Gewinn eines Unternehmens ist in den letzten drei Jahren jeweils um 10 % gestiegen. Um wie viel Prozent ist der Gewinn in den drei Jahren insgesamt gestiegen?

b) Der Umsatz einer Unternehmung stieg von 2015 auf 2016 um 10 %, nahm dann von 2016 auf 2017 um 10 % ab. Welches von den Jahren 2015 und 2017 hatte den höheren Umsatz?

Lösung: a)  $G \cdot 1,1^3 = 1,331 \cdot G$  b)  $U_{2015} = U, U_{2017} = U \cdot 1,1 \cdot 0,9 = 0,99 \cdot U$

13. Subtrahiert man vom Produkt zweier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen das Doppelte der größeren Zahl, so erhält man 130. Berechnen Sie die beiden Zahlen!

Lösung: 12, 13

14. Ein Betrag von € 84 000.- soll unter 3 Personen A, B, C aufgeteilt werden. B soll dabei halb soviel wie A, C halb so viel wie B erhalten. Berechnen Sie die einzelnen Anteile!

Lösung: A: 48 000.-; B: 24 000.-; C: 12 000.-

15. Jemand hat in drei Banken A, B, C insgesamt € 71.000.- liegen. In der Bank A liegen um € 9.000.- mehr als in der Bank B. In der Bank C liegt ein Betrag, der um € 2.000.- kleiner ist als der doppelte, in der Bank B befindliche Betrag. Berechnen Sie die Höhe dieser drei Guthaben!

Lösung: A: 25 000.-; B: 16 000.-; C: 30 000.-

16. Geben Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen über  $\mathbb{R}$  an:

a)  $3x - 11 < \frac{13 - 2x}{3} + 3$

b)  $(3x - 1)^2 - 2 \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) > 9 \cdot (x + 2)^2 - 2x^2 + 51$

Lösung: a)  $L = ]-\infty; 5[$  b)  $L = ]-\infty; -2[$

17. Bestimmen Sie alle Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$2x + 3y = 13$$

$$x - 2y = -4$$

Lösung:  $L = \{(2, 3)\}$

18. Gegeben sind die Mengen  $A = \{1, 3, 4, 6, 7\}$  und  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 6\}$ . Bestimmen Sie

a)  $A \cap B$

b)  $A \cup B$

c)  $A \setminus B$

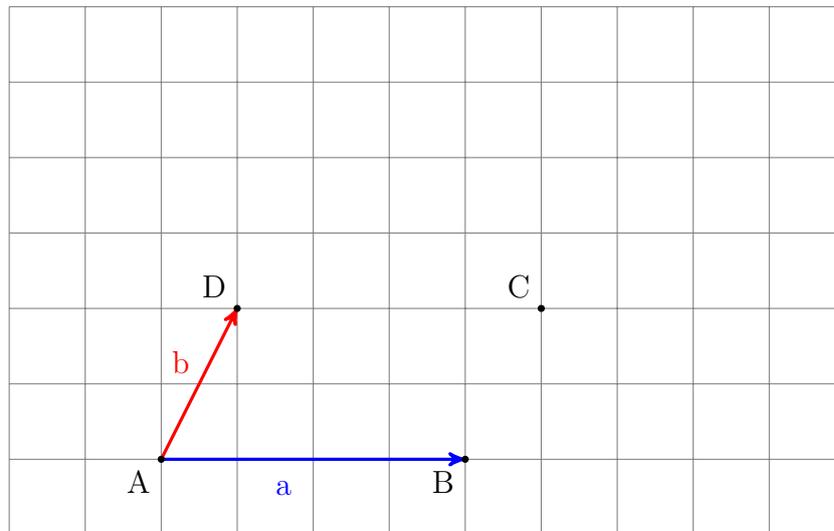
d)  $B \setminus A$

Lösung: a)  $A \cap B = \{1, 3, 4\}$ ; b)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ; c)  $A \setminus B = \{6, 7\}$ ; d)  $B \setminus A = \{2, 5\}$

19. Von den 900 Schülerinnen und Schülern einer Schule betreiben viele regelmäßig Sport. 300 SchülerInnen spielen regelmäßig Tennis, 800 spielen regelmäßig Volleyball. Nur 50 SchülerInnen geben an, weder Tennis noch Volleyball zu spielen. Berechnen Sie, wie viele SchülerInnen beide Sportarten regelmäßig betreiben!

Lösung:  $900 - 50 = 300 + 800 - x \Rightarrow x = 250$

20. Gegeben sind die Vektoren  $a$  und  $b$ , die in nachfolgender Zeichnung als Pfeile dargestellt sind:



Stellen Sie den Vektor  $b - \frac{1}{2} \cdot a$  ausgehend vom Punkt C durch einen Pfeil dar!

Lösung: klar

21. Gegeben sind die Vektoren  $a = (1, 4)$  und  $b = (2, 0)$  in der Ebene.
- Stellen Sie die beiden Vektoren in einem kartesischen Koordinatensystem dar
  - Konstruieren und berechnen Sie den Vektor  $c = 3a + b$  und bestimmen Sie seinen Betrag!

Lösung: a) klar; b)  $c = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ ,  $|c| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$

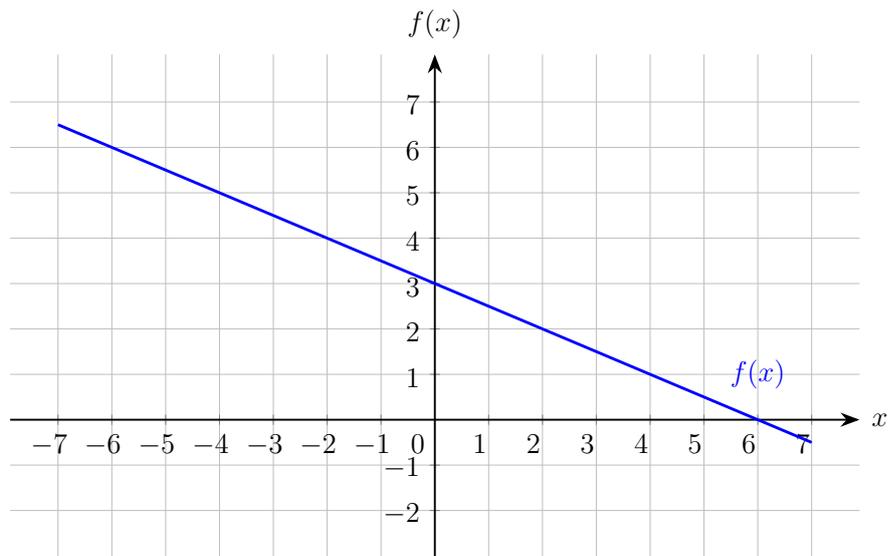
22. Eine lineare Funktion geht durch die Punkte  $P = (1, 2)$  und  $Q = (6, 4)$ . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung und skizzieren Sie den Graphen der Funktion in einem kartesischen Koordinatensystem.

Lösung: Allgemeine Gleichung:  $2x - 5y = -8$  bzw. Hauptform:  $y = \frac{2}{5}x + \frac{8}{5}$

23. Ein Unternehmen operiert mit einer linearen Kostenfunktion. Eine Produktion von drei Einheiten eines Gutes verursacht Kosten in Höhe von 21 GE, während die Herstellung von sieben Einheiten 29 GE kostet.
- Geben Sie den Term der Kostenfunktion an.
  - Wie hoch sind die Fixkosten der Produktion?

Lösung: a)  $K(x) = 2x + 15$ ; b) 15

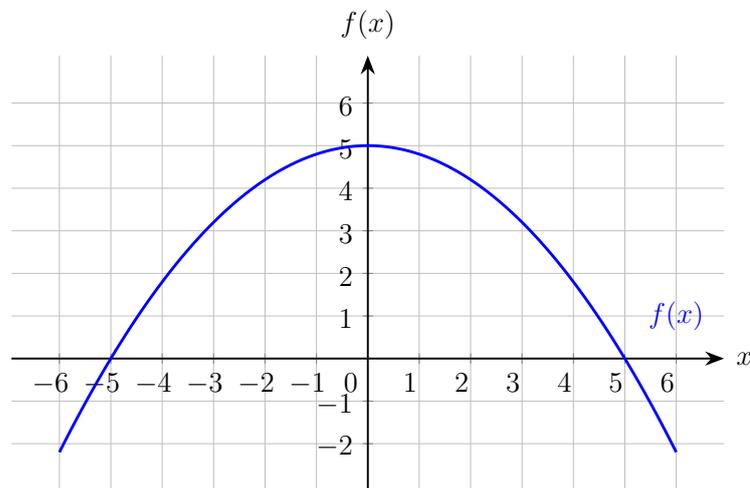
24. Gegeben ist der Graph einer linearen Funktion  $f$ .



- a) Bestimmen Sie durch geeignetes Ablesen die Funktionsgleichung  
 b) Bestimmen Sie die Menge aller  $x$ , für die gilt:  $1 < f(x) \leq 4$

Lösung: Allgemeine Gleichung: a)  $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ; b)  $[-2; 4[$

25. Von einer Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = a \cdot x^2 + b$  ist der Graph gegeben:



Ermitteln Sie die Werte der Parameter  $a$  und  $b$ !

Lösung:  $a = -\frac{1}{5}$ ;  $b = 5$

26. Gegeben sind die folgenden Funktionen

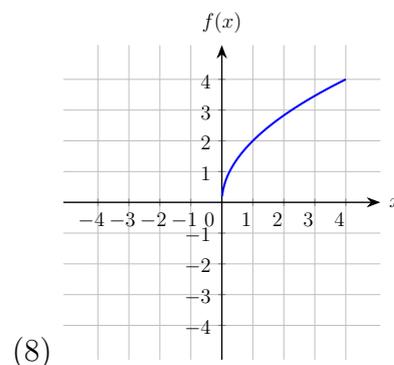
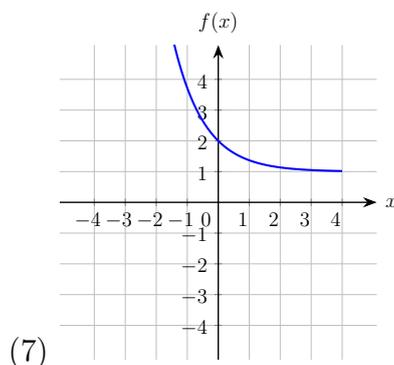
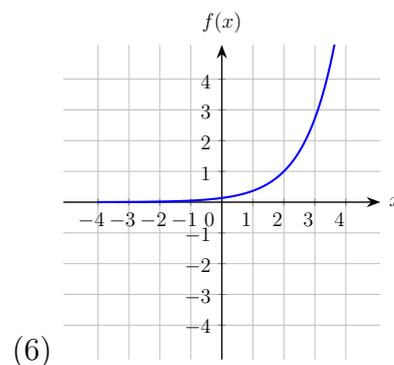
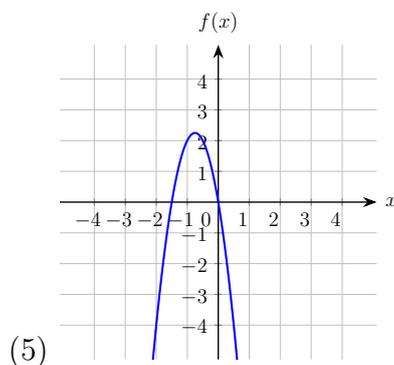
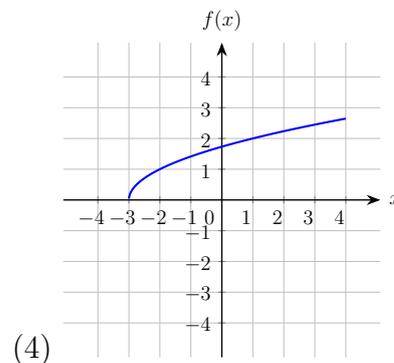
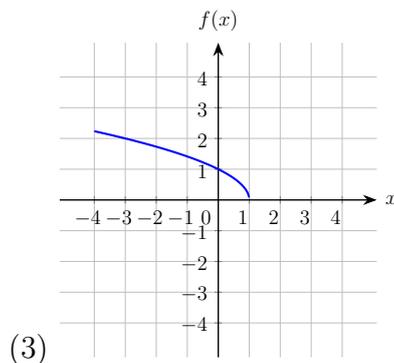
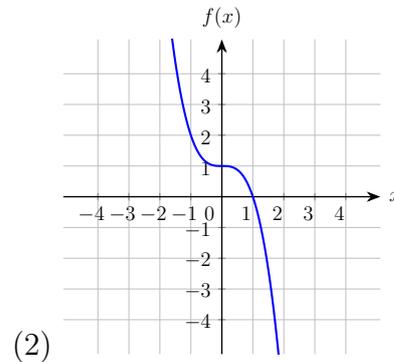
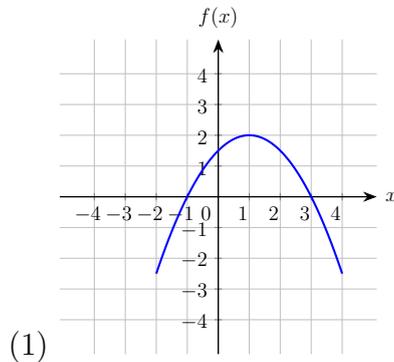
$$f(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$$

$$g(x) = -4x^2 - 6x$$

$$h(x) = 1 - x^3$$

$$k(x) = e^{-x} + 1$$

Ordnen Sie die Funktionen den nachstehenden Graphen zu! Bestimmen Sie zunächst den Typ der Funktion und erläutern Sie dann, wie Sie – ausgehend von den Basisfunktionen – zu Ihrer Lösung kommen!



27. Skizzieren Sie die folgenden Funktionen *ohne* Erstellung einer Wertetabelle:

$$\begin{array}{ll} a) f_1(x) = -\frac{3}{2}x + 6 & b) f_2(x) = x^2 + 1 \\ c) f_3(x) = \sqrt{x} & d) f_4(x) = \frac{1}{x} \\ e) f_5(x) = \ln(x) & f) f_6(x) = e^x \end{array}$$

Lösung: <https://www.wolframalpha.com>

28. Gegeben ist die Polynomfunktion  $f$  mit  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ .

Bestimmen Sie die erste und die zweite Ableitung von  $f$ .

Lösung:  $f'(x) = 12x^2 - 6x + 2$ ;  $f''(x) = 24x - 6$

29. Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

$$\begin{array}{ll} f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} + \frac{1}{x^2} & g(x) = x \cdot e^x \\ h(x) = \frac{2x}{x+1} & k(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) \end{array}$$

Lösung:  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$ ;  $f''(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}} + \frac{6}{x^4}$ ;  $g'(x) = e^x \cdot (x+1)$ ;  $g''(x) = e^x \cdot (x+2)$ ;  
 $h'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$ ,  $h''(x) = -\frac{4}{(x+1)^3}$ ;  $k'(x) = \frac{1}{x^2+x}$ ,  $k''(x) = \frac{-2x-1}{(x^2+x)^2}$

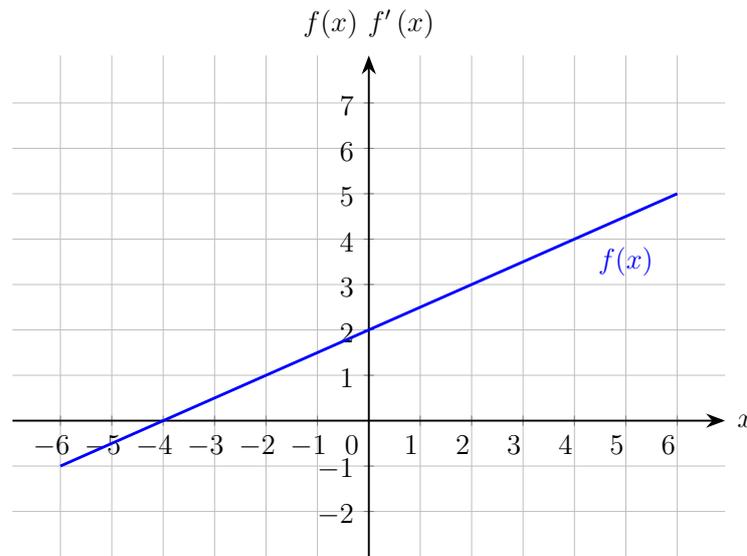
30. Gegeben ist die Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = e^x$ .

a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes von  $f$  mit der y-Achse.

b) Wie groß ist die Steigung der Tangente des Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = 0$ ?

Lösung: a)  $S(0, 1)$ ; b)  $k = 1$

31. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer linearen Funktion  $f$  dargestellt:



Zeichnen Sie in die Graphik die Ableitungsfunktion  $f'$  der Funktion  $f$  ein.

Lösung: klar

32. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $f(x) = x^2 + bx + c$  mit  $b, c \in \mathbb{R}$ . Der Graph der Funktion  $f$  verläuft durch den Ursprung. Die Steigung der Funktion im Ursprung hat den Wert null.

Ermitteln Sie die Werte der Parameter  $b$  und  $c$  und geben Sie die Gleichung der Funktion  $f$  an!

Lösung:  $b = c = 0$ ;  $f(x) = x^2$