

Klausur Wirtschaftsmathematik VO

30. Juni 2026

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, Taschenrechner laut Liste!

VERBOTEN: **Handy** und **Smartwatch** am Arbeitsplatz!

Lösungswege müssen nachvollziehbar angegeben werden!

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	12	
4	12	
5	12	
Summe	60	
Note:		

1. a) (5 Punkte) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ für die gilt:

$$|e^x - 1| \leq 1$$

- b) Gegeben sind die drei Mengen

$$A_1 = \{-2, 0, 1\} \quad A_2 = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist gerade und } |x| \leq 5\} \quad A_3 = \{-1, 0, 3\}$$

- i. (3 Punkte) Geben Sie alle Elemente der Menge A_2 explizit an und bestimmen Sie die Mengen $A_1 \cap A_2$ und $A_1 \cap A_3$.
ii. (2 Punkte) Berechnen Sie:

$$\sum_{i=1}^3 |A_i| \quad \text{und} \quad \sum_{j=2}^3 |A_1 \cap A_j|.$$

- iii. (2 Punkte) Geben Sie das größte offene Intervall an, das kein Element von A_2 und kein Element von A_3 enthält, aber mindestens ein Element von A_1 .

Ausführung Beispiel 1:

Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) $x \in]-\infty; \ln 2]$

b) i. $A_2 = \{-4, -2, 0, 2, 4\}; A_1 \cap A_2 = \{-2, 0\}; A_1 \cap A_3 = \{0\}$

ii. $\sum_{i=1}^3 |A_i| = 3 + 5 + 3 = 11$ und $\sum_{j=2}^3 |A_1 \cap A_j| = 2 + 1 = 3$

iii. $]0; 2[$

2. a) (4 Punkte) Gegeben sind reguläre $(n \times n)$ -Matrizen A , B , C und D . Lösen Sie die Matrixgleichung

$$\left(X^T \cdot A\right)^T - A = B \cdot X$$

nach X auf. Welche Annahme muss dabei zusätzlich getroffen werden?

- b) (8 Punkte) (Unabhängig von a)) Gegeben sind die Matrix M und der Vektor v wie folgt:

$$M = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 2 & a-1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- i. Bestimmen Sie alle Werte $a \in \mathbb{R}$, für die M singulär ist.
- ii. Bestimmen Sie alle Werte $a \in \mathbb{R}$, für die $M \cdot v^T$ die Länge 7 besitzt.

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

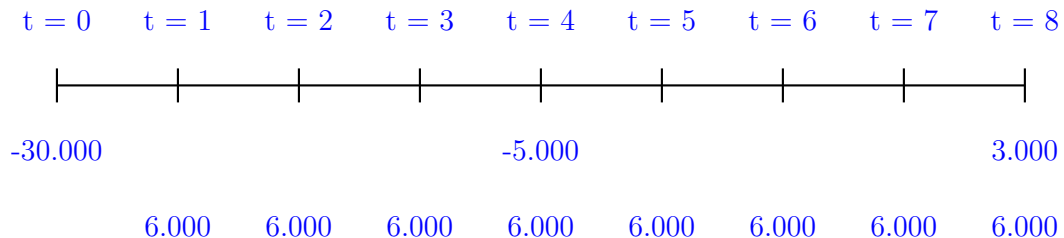
a) $X = (A^T - B)^{-1} \cdot A$; Annahme: $(A^T - B)$ ist invertierbar.

b) i. $a \in \{-1; 2\}$

ii. $a \in \{-6; 6\}$

3. Eine Firma plant, eine neue Produktionsanlage anzuschaffen. In der unten stehenden Grafik sind alle erwarteten Zahlungen, die mit dieser Anlage verbunden sind, über den betrachteten Zeitraum hinweg dargestellt. Positive Geldbeträge stellen Einnahmen, negative Geldbeträge Ausgaben dar. Die Firma verwendet für ihre Kalkulationen einen konstanten Zinssatz von $i = 8\%$ p.a.

- a) (5 Punkte) Bestimmen Sie den Kapitalwert dieses Investitionsprojekts. Entscheiden Sie auf dieser Grundlage, ob die Firma die Anlage unter diesen Annahmen anschaffen sollte.



- b) (7 Punkte) (unabhängig von a)) Zur Finanzierung einer Maschine nimmt die Firma zu $t = 0$ einen Kredit über 120.000 € auf. Der Kredit wird mit einem Zinssatz von $i = 6\%$ p.a. verzinst und soll durch jährliche Zahlungen von 16.304 € (jeweils am Jahresende, beginnend mit $t = 1$) zurückgezahlt werden. Wie viele Jahre müsste die Laufzeit in diesem Fall betragen, damit der Kredit vollständig zurückgezahlt wird?

Stellen Sie dazu zunächst eine Gleichung auf, die den Zusammenhang zwischen Kreditbetrag, Zinssatz, Jahresrate und Laufzeit beschreibt. Formen Sie die Gleichung anschließend nach der Laufzeit um und berechnen Sie deren Wert.

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) 2425,49

$$\text{b) } 120000 = 16304 \cdot \frac{1}{1,06} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1,06}\right)^n}{1 - \frac{1}{1,06}} \Rightarrow n \approx 10$$

4. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = ax^2 - 3x + 4$.

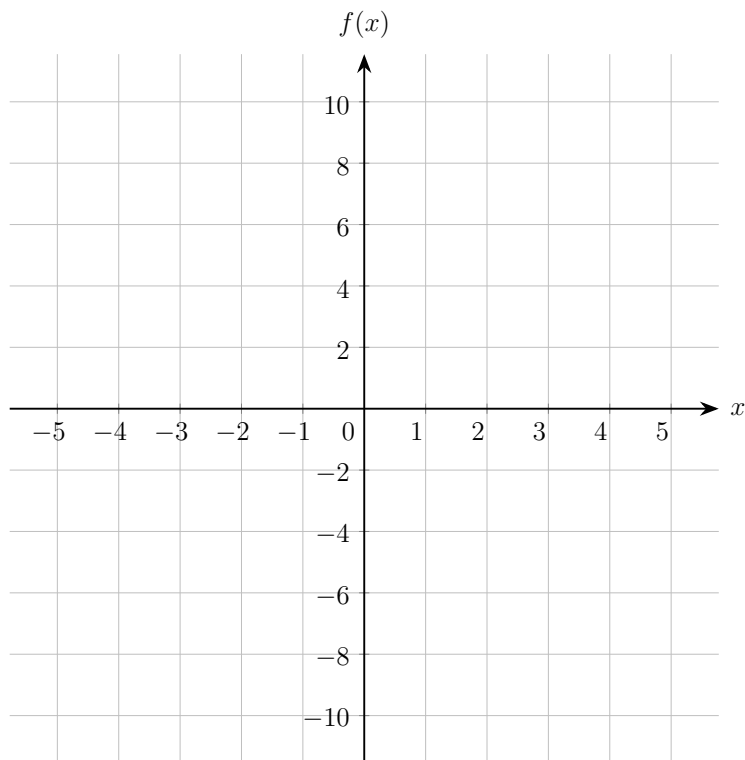
a) (2 Punkte) Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f injektiv? Begründen Sie.

b) Setzen Sie nun für die weiteren Aufgaben $a = -1$.

i. (6 Punkte) Berechnen Sie Nullstellen und stationäre Stellen und skizzieren Sie die Funktion. Ist sie surjektiv? Begründen Sie.

ii. (4 Punkte) Wie groß ist die Fläche, die die Funktion mit der x -Achse im Intervall $[0; 2]$ einschließt?

Ausführung Beispiel 4:



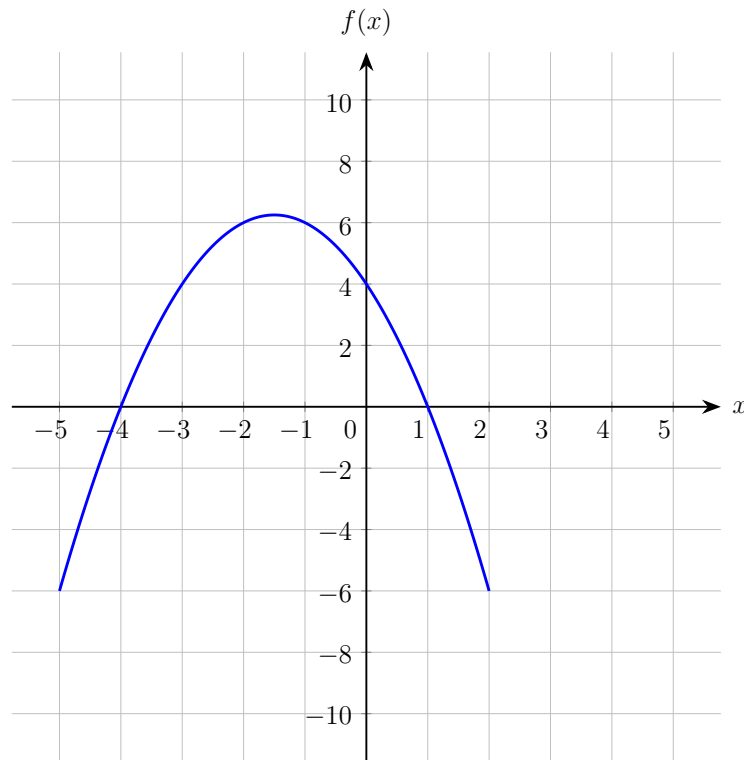
Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) $a = 0$. Der quadratische Term entfällt. Die Gerade ist streng monoton und daher injektiv.

b)

i. Nullstellen: $-4, 1$; Stationäre Stelle: $-\frac{3}{2}$; Nicht surjektiv, da z. B. 10 nicht getroffen wird.



ii. 5

5. a) Gegeben ist die Funktionen $f(x, y)$

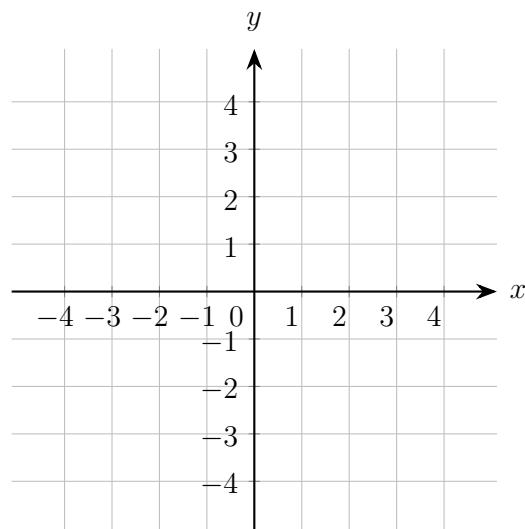
$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = e^{x^2 - y}$$

- i. (4 Punkte) Skizzieren Sie die Isoquante der Funktion f zum Niveau $c = e^2$ in untenstehendem Koordinatensystem.
 - ii. (4 Punkte) Bestimmen Sie den Gradienten der Funktion f an der Stelle $P(1, 1)$.
- b) (unabhängig von a)) Eine Funktion $g(x, y)$ hat im Punkt $P(2, 5)$ den Gradienten

$$\text{grad}(g)(2, 5) = (3, -4)$$

- i. (2 Punkte) Berechnen Sie für die Funktion g im Punkt $P(2, 5)$ die normierte Richtungsableitung in Richtung des Vektors $\vec{v} = (4, 3)^T$.
- ii. (2 Punkte) Berechnen Sie näherungsweise die Änderung des Funktionswertes der Funktion g ausgehend vom Punkt $P(2, 5)$, wenn der Wert für x um $\frac{2}{5}$ und der Wert für y um $\frac{3}{10}$ erhöht wird.

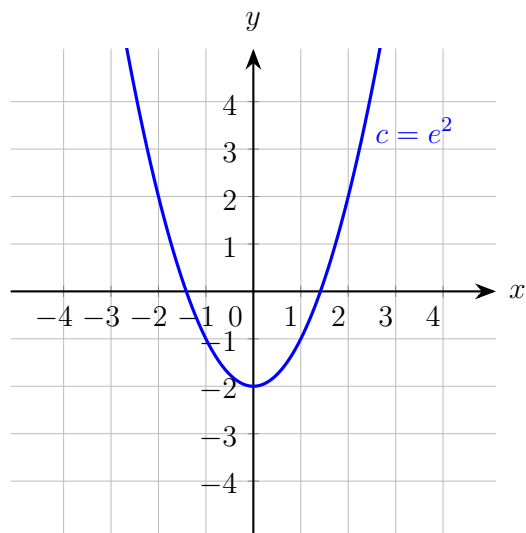
Ausführung Beispiel 5:



Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a)



i. $\text{grad}(f)(1, 1) = (2, -1)$

b)

i. 0

ii. 0