

Klausur Wirtschaftsmathematik VO

18. Mai 2026

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, Taschenrechner laut Liste!

VERBOTEN: **Handy** und **Smartwatch** am Arbeitsplatz!

Lösungswege müssen nachvollziehbar angegeben werden!

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	12	
4	12	
5	12	
Summe	60	
Note:		

1. a) (7 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge $\mathbb{D} \subseteq \mathbb{R}$ sowie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$\frac{x+4}{x-2} \leq x$$

- b) (5 Punkte) Berechnen Sie die Doppelsumme

$$\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=3}^4 \frac{i^2}{23} \cdot 2j$$

Ausführung Beispiel 1:

Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}, \mathbb{L} = [-1; 2[\cup [4; \infty[$

b) 308

2. a) (6 Punkte) Gegeben sind sind reguläre (invertierbare) $n \times n$ -Matrizen, A , B , C und X . Lösen Sie die folgende Matrixgleichung nach X auf.

$$AX + BX = C$$

Berechnen Sie nun X , wenn $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

- b) (6 Punkte) Sind die Vektoren x_1 , x_2 , x_3 und x_4 linear abhängig oder unabhängig?

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}, x_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ und } x_4 = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 3 \\ -9 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a) $X = (A + B)^{-1}C; \quad X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$

b) linear abhängig

3. Ein Forstbetrieb erntet Holz in einem Waldgebiet. Im ersten Jahr werden 20.000 m^3 Holz geerntet. Aufgrund einer Nachhaltigkeitsstrategie wird in jedem weiteren Jahr nur noch $\frac{4}{5}$ der Holzmenge des Vorjahres geerntet.
- a) (2 Punkte) Stellen Sie eine explizite Formel für die Holzmenge im n -ten Jahr auf und berechnen Sie, wie viel Holz im 15. Jahr geerntet wird.
 - b) (3 Punkte) Wie groß ist die in den ersten 15 Jahren insgesamt geerntete Holzmenge? Berechnen Sie die gesuchte Menge unter Verwendung einer Summenformel.
 - c) (4 Punkte) Nach wie vielen Jahren ist insgesamt mindestens 98.000 m^3 Holz geerntet worden? (Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl n , die diese Bedingung erfüllt.)
 - d) (3 Punkte) In einer alternativen Erntestrategie desselben Forstbetriebs wird die jährliche Holzernte nicht prozentual, sondern jedes Jahr um eine konstante Menge reduziert. Im ersten Jahr werden 18.000 m^3 Holz geerntet, im zweiten Jahr 17.200 m^3 . Wie groß ist die gesamte Holzmenge, die in den ersten 15 Jahren nach dieser alternativen Erntestrategie insgesamt geerntet wird?

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) $a_n = 20.000 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}$; $a_{15} = 879,61 \text{ m}^3$

b) $s_{15} = 96.481,56 \text{ m}^3$

c) **18 Jahre**

d) $s_{15} = 186.000 \text{ m}^3$

4. Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - c}{\ln(x)}$$

für einen reellen Parameter c .

- a) (4 Punkte) Setzen Sie $c = 1$ und bestimmen dann den Definitionsbereich und alle Nullstellen der Funktion $f(x)$.
- b) (4 Punkte) Bestimmen Sie für $c = 1$ die folgenden Grenzwerte:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

- c) (4 Punkte) Setzen Sie nun $c = 0$ und berechnen Sie $f'(x_0)$ für $x_0 = \sqrt{e}$. Was können Sie dann für die Stelle x_0 aussagen?

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) Für $c = 1$ gilt $D =]0, \infty[\setminus \{1\}$. Die Funktion hat keine Nullstellen in D .

b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\frac{1}{x}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{x}} \frac{2x}{\frac{1}{x}} = 2.$$

c)

$$f'(x) = \frac{2x \ln(x) - x}{(\ln x)^2} \quad \text{und} \quad f(\sqrt{e}) = 0$$

$$f(\sqrt{e}) = 0$$

x_0 ist daher eine stationäre Stelle.

5. Ein Tourismusbetrieb bietet zwei Typen von Pauschalreisen an. Die Variable x beschreibt die Anzahl der gebuchten Kurzreisen und y die Anzahl der gebuchten Langzeitreisen. Eine wirtschaftliche Kennzahl des Betriebs in Abhängigkeit von den Buchungsanzahlen wird durch die Funktion

$$f(x, y) = -3x^2 + 2xy - 4y^2 + 12x + 40y - 5$$

modelliert.

- a) (2 Punkte) Geben Sie einen geeigneten Definitionsbereich für f an und begründen Sie ihn im gegebenen Kontext.
- b) (3 Punkte) Bestimmen Sie die stationäre Stelle $P(x_P, y_P)$.
- c) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Hesse-Matrix von f .
- d) (3 Punkte) Verwenden Sie nun für die Hesse-Matrix von f im Punkt P in jedem Fall die Matrix

$$H(x_P, y_P) = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}.$$

Um welche ökonomische Funktion könnte es sich bei f handeln?

- i. Kostenfunktion
- ii. Erlösfunktion
- iii. Gewinnfunktion

Begründen Sie mithilfe von $H(x_P, y_P)$ beziehungsweise der Funktionsgleichung $f(x, y)$.

- e) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Länge des Gradienten im Punkt P .

Ausführung Beispiel 5:

Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0\}$. x, y sind als Anzahlen größer oder gleich Null zu wählen.

b) $P(4, 6)$

c) $H(x_P, y_P) = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$.

d)

i. $\det H = (-6)(-8) - (2)(2) = 48 - 4 = 44 > 0$

ii. $f_{xx} = -6 < 0$

$\Rightarrow P$ ist ein Maximum.

Eine Kostenfunktion besitzt typischerweise kein lokales Minimum.

Erlösfunktion: $f(0, 0) = -5$ nicht möglich, Erlös an der Stelle $(0, 0)$ sollte 0 sein.

Ein Maximum ist charakteristisch für eine Gewinnfunktion - der Gewinn wird im Punkt P maximiert.

e) $|\text{grad}(f)(4, 6)| = 0$