

# Klausur Wirtschaftsmathematik VO

20. März 2026

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, Taschenrechner laut Liste!

VERBOTEN: **Handy** und **Smartwatch** am Arbeitsplatz!

Lösungswege müssen nachvollziehbar angegeben werden!

---

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	11	
4	13	
5	12	
<b>Summe</b>	<b>60</b>	
<b>Note:</b>		

1. a) (6 Punkte) Eine Befragung von 100 Studenten zu ihrem Konsum von drei Nachrichten-Apps (A, B und C) ergab:

- 40 nutzen A, 50 nutzen B, 30 nutzen C.
- 15 nutzen A und B, 10 nutzen A und C, 10 nutzen B und C.
- 5 nutzen alle drei Apps.

i. Erstellen Sie ein Venn-Diagramm samt der zugehörigen Mächtigkeiten.

ii. Wie viele Studenten nutzen keine der drei Apps?

b) (6 Punkte) Gegeben ist die Ungleichung

$$\frac{4x}{|x-1|} \geq 2.$$

Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge  $D \subseteq \mathbb{R}$  sowie die Lösungsmenge.

Ausführung Beispiel 1:

Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) 10 Studenten

b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ;  $L = [\frac{1}{3}; 1[ \cup ]1; \infty]$

2. Gegeben sind die Matrizen  $A$  und  $M$ , sowie der Vektor  $b$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -5 & \alpha & -2 \\ \beta & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

mit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

- a) (3 Punkte) Für welche  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ist die Matrix  $M$  regulär?
- b) (6 Punkte) Bestimmen Sie die reellen Zahlen  $\alpha$  und  $\beta$  so, dass  $M = A^{-1}$  gilt.
- c) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems  $A \cdot x = b$ .

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a)  $\alpha \neq 0$  und  $\beta \in \mathbb{R}$

b)  $a = 1, b = 2$

c)  $x = \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. a) (5 Punkte) Gegeben ist die Folge  $a_n$ :

$$a_n = (-1)^n \cdot \frac{42}{n}$$

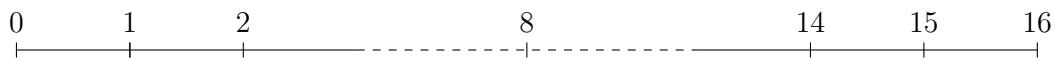
Prüfen Sie diese Folge auf Monotonie, Beschränktheit und Konvergenz. Geben Sie, so vorhanden, Schranken und Grenzwert an.

- b) (6 Punkte) Ein Unternehmen plant in eine Maschine mit einer Nutzungsdauer von 16 Jahren zu investieren. Für die Maschine fallen zu  $t = 0$  Anschaffungskosten in der Höhe von 100.000.- und nach 8 Jahren Kosten für eine Generalüberholung in der Höhe von 14.000.- an. Nach 16 Jahren kann die Maschine zu einem Restwert in Höhe von 4.000.- verkauft werden. Durch Produktion und Verkauf generiert die Firma 16 Jahre lang, jeweils am Jahresende (beginnend zu  $t = 1$ ), einen Gewinn in der Höhe von 11.000.-. Berechnen Sie den Kapitalwert dieser Investition. Legen Sie Ihren Berechnungen einen Zinssatz von 6 % p. a. zu Grunde.

Tragen Sie in nebenstehende Darstellung alle Zahlungsströme ein und lösen Sie die Aufgabe unter Verwendung einer geeigneten Summenformel.

Ausführung Beispiel 3:

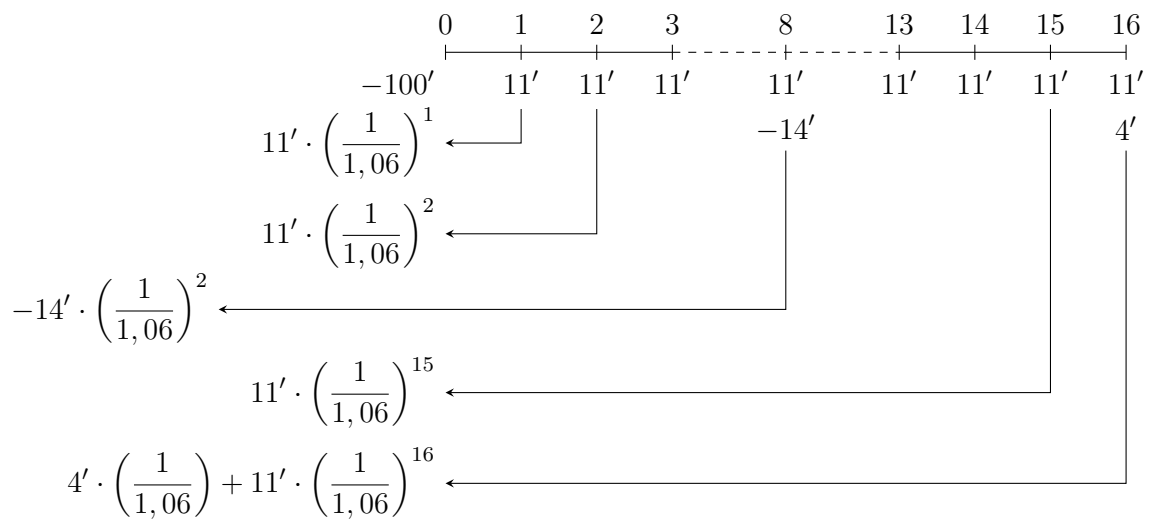
Ausführung Beispiel 3:



Lösung:

a) nicht monoton (alternierend), beschränkt, konvergent, Schranken z. B.  $-42$  oder  $21$ , Grenzwert  $0$

b)



$$KW = -100.000 + 11.000 \cdot \left(\frac{1}{1,06}\right) \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1,06}\right)^{16}}{1 - \left(\frac{1}{1,06}\right)} - 14.000 \cdot \left(\frac{1}{1,06}\right)^8 + 4.000 \cdot \left(\frac{1}{1,06}\right)^{16} = 3.955,660$$

4. In einem fiktiven Land zahlt eine Arbeitnehmerin auf das Bruttogehalt  $B$  zuerst Sozialversicherungsbeiträge in der Höhe von 20 Prozent. Nach Abzug der Sozialversicherung spricht man vom steuerpflichtigen Bruttoeinkommen  $S$  und es gilt

$$S = g(B) = \frac{4}{5}B$$

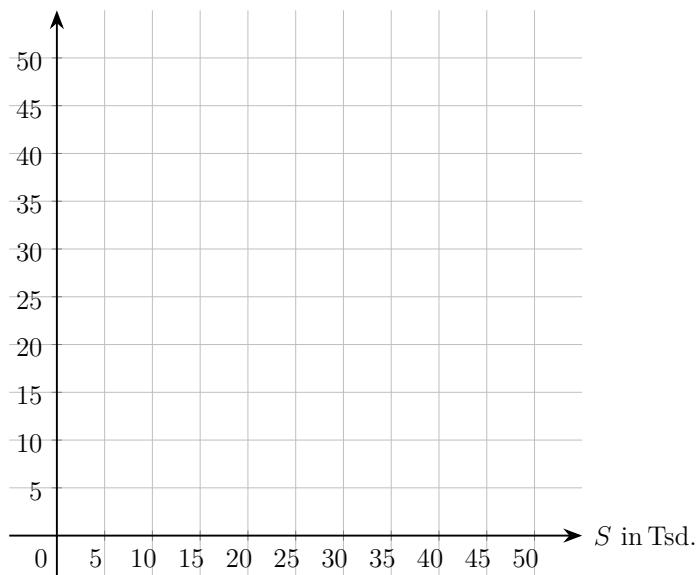
Vom steuerpflichtigen Bruttoeinkommen  $S$  wird dann die Einkommensteuer abgezogen und es bleibt das Nettogehalt  $N$  der Arbeitnehmerin übrig. Hier gilt

$$N = f(S) = \begin{cases} S & \text{für } 0 \leq S \leq 10.000 \\ 0,8 \cdot S + 2.000 & \text{für } 10.000 < S \leq 30.000 \\ 0,5 \cdot S + 11.000 & \text{für } 30.000 < S \end{cases}$$

- (2 Punkte) Eva hat ein Bruttogehalt in der Höhe von 20.000 Euro. Wie hoch ist ihr Nettogehalt?
- (2 Punkte) Petra hat ein steuerpflichtiges Bruttoeinkommen  $S$  in der Höhe von 28.000 Euro. Berechnen Sie ihr Bruttogehalt sowie ihr Nettogehalt.
- (3 Punkte) Maria hat ein Nettogehalt in der Höhe von 15.000 Euro. Wie hoch ist ihr Bruttogehalt?
- (3 Punkte) Berechnen Sie  $f(g(40.000))$  und interpretieren Sie ihr Ergebnis im gegebenen Kontext.
- (3 Punkte) Skizzieren sie die Funktion  $f(S)$  in nachstehendes Koordinatensystem.

Ausführung Beispiel 4:

$f(S)$  in Tsd.



Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a)  $S = \frac{4}{5} \cdot 20.000 = 16.000$ ;  $N = 0,8 \cdot 16.000 + 2.000 = 14.800$

b)  $B = \frac{5}{4} \cdot 28.000 = 35.000$ ;  $N = 0,8 \cdot 28.000 + 2.000 = 24.400$

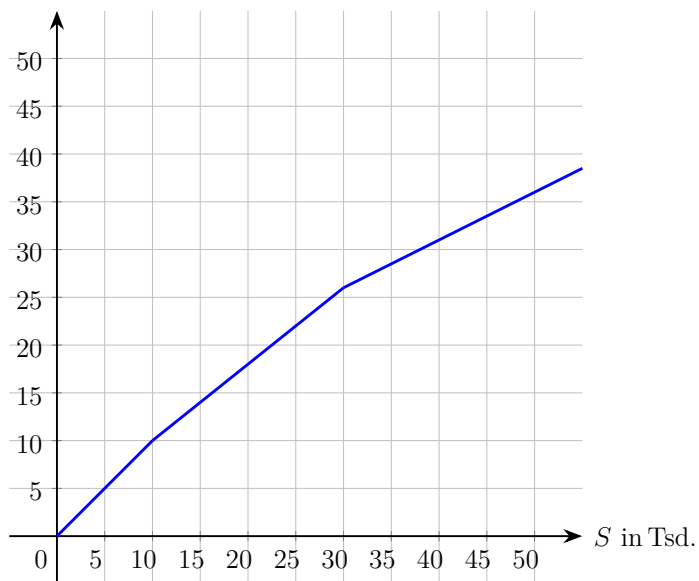
c) 15.000 liegt im 2. Tarifbereich, daher folgt  $S = 16.250$  und  $B = \frac{5}{4} \cdot 16.250 = 20.312,50$ .

d)  $S = \frac{4}{5} \cdot 40.000 = 32.000$  und  $f(g(40.000)) = 0,5 \cdot 32.000 + 11.000 = 27.000$

(Nettoeinkommen bei 40.000 Euro Bruttogehalt)

e)

$f(S)$  in Tsd.



5. Ein Unternehmen produziert ein Gut mit den Produktionsfaktoren Arbeit  $A$  und Kapital  $K$ . Die Produktionsfunktion lautet

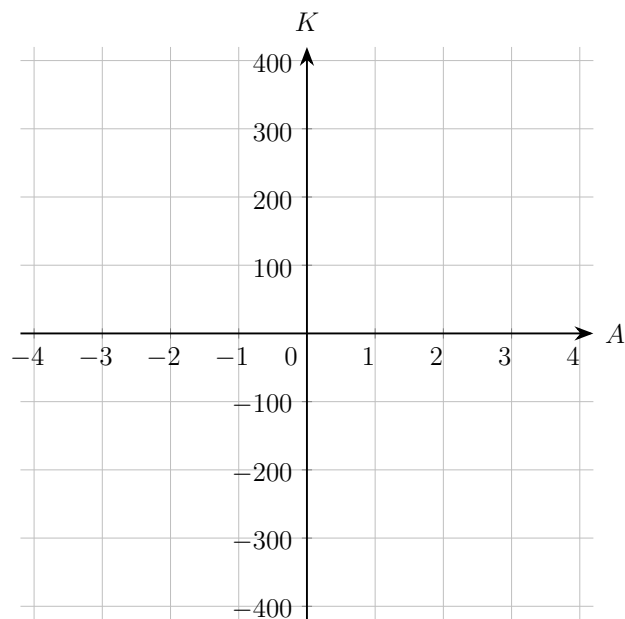
$$f(A, K) = \sqrt{AK} + A$$

- a) (4 Punkte) Bestimmen Sie alle Faktorkombinationen  $(A, K)$ , die einen Output von  $f(A, K) = 20$  erzeugen. Stellen Sie diese in der Form  $K = g(A)$  dar und skizzieren Sie die zugehörige Isoquante.

Für die folgenden Teilaufgaben nehmen Sie an, dass das Unternehmen zurzeit je 10 Einheiten Arbeit und Kapital einsetzt, also  $A = 10$  und  $K = 10$  gilt.

- b) (4 Punkte) Wie viele Einheiten Kapital müssen näherungsweise zusätzlich eingesetzt werden, um eine Einheit Arbeit zu ersetzen, ohne dass sich der Output verändert?
- c) (2 Punkte) In welchem Verhältnis sollten zusätzliche Faktoreinsatzmengen stehen, damit der Output möglichst stark steigt?
- d) (2 Punkte) Die Unternehmensleitung plant eine Anpassung der Faktoreinsatzmengen um eine Einheit in Richtung des Vektors  $z = (3, 4)$ . Wie ändert sich dadurch näherungsweise der Output?

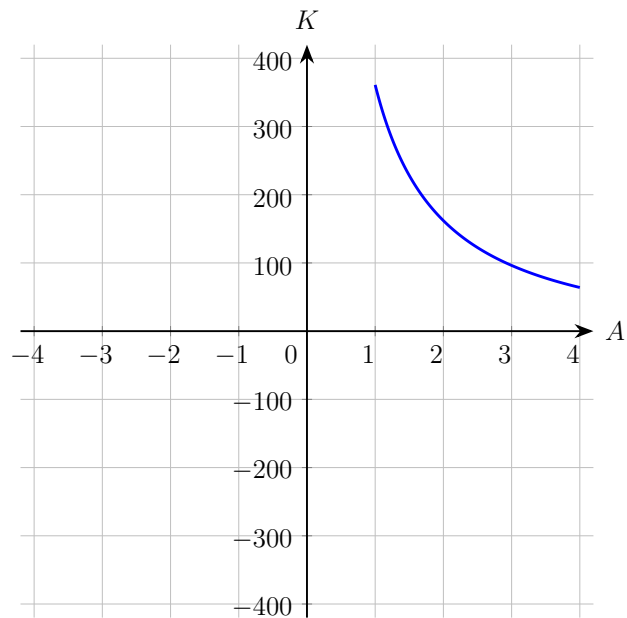
Ausführung Beispiel 5:



Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a)  $K = \frac{(20 - A)^2}{A}$



b) 3 Einheiten

c) 3 : 1

d) steigt um 1, 3 Einheiten