

Klausur Wirtschaftsmathematik VO

4. Februar 2026

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, Taschenrechner laut Liste!

VERBOTEN: **Handy** und **Smartwatch** am Arbeitsplatz!

Lösungswege müssen nachvollziehbar angegeben werden!

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	12	
4	12	
5	12	
Summe	60	
Note:		

1. a) (6 Punkte) Stellen Sie die vier folgenden Mengen graphisch auf je einem der unten stehenden Zahlenstrahlen dar.

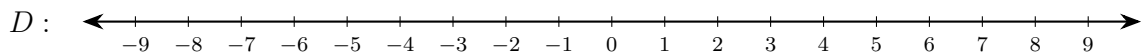
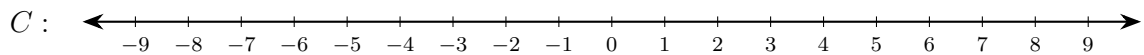
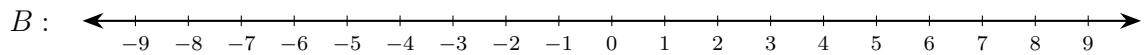
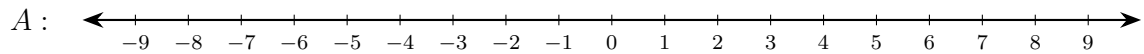
$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid \ln(x) \leq 2\} \quad , \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x+1)(x-1) < 3\} \quad , \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid e^x > 1\}$$

- a) (6 Punkte) Lösen Sie die Ungleichung

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{100} i\right)}{x} \leq 202x$$

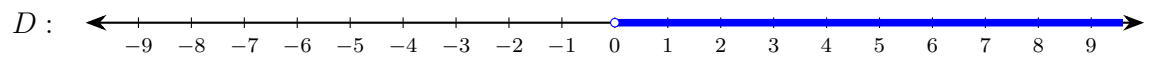
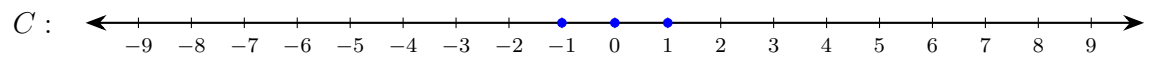
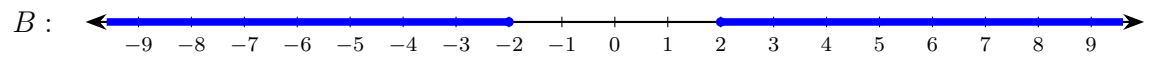
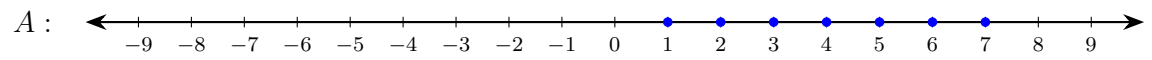
Ausführung Beispiel 1:



Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a)



b) $L = [-5; 0[\cup [5; \infty[$

2. In einem Finanzmarkt investieren Anleger in Wertpapiere, Gold und Immobilien. Jährlich schichten sie Teile ihres Vermögens zwischen diesen Anlageklassen um. Dabei werden nur Umschichtungen betrachtet; Kursänderungen, Erträge sowie Zu- und Abflüsse von Kapital bleiben unberücksichtigt. Das Gesamtvermögen bleibt konstant. Für das Jahr 2026 wird erwartet, dass die Umschichtungen gemäß den folgenden Prozentsätzen vorgenommen werden:

- Wertpapiere: 10 % werden in Gold, 10 % in Immobilien umgeschichtet.
- Gold: 10 % werden in Wertpapiere, 20 % in Immobilien umgeschichtet.
- Immobilien: 10 % werden in Wertpapiere, 10 % in Gold umgeschichtet.

Nicht umgeschichtete Anteile verbleiben in der jeweiligen Anlageklasse. Zu Beginn des Jahres 2026 beträgt die Vermögensverteilung (in Prozent):

Wertpapiere: 50, Gold: 30, Immobilien: 20

- a) (4 Punkte) Stellen Sie die Übergangsmatrix U für das Jahr 2026 auf und erläutern Sie exemplarisch die Bedeutung der Einträge der dritten Spalte.
- b) (2 Punkte) Berechnen Sie die Vermögensverteilung am Ende des Jahres 2026.
- c) (2 Punkte) Berechnen Sie den Eintrag u_{11} der Matrix U^2 und erläutern Sie dessen Bedeutung. Nehmen Sie dabei an, dass die Umschichtungen auch im Folgejahr 2027 gemäß den oben angegebenen Prozentsätzen erfolgen.
- d) (4 Punkte) Angenommen, die Umschichtungen aus Gold und Immobilien bleiben unverändert. Außerdem werden weiterhin 10 % der Wertpapiere in Gold umgeschichtet, der Rest wird in Immobilien umgeschichtet, oder verbleibt in Wertpapieren. Wie viel Prozent der Wertpapiere müssten dann in Immobilien umgeschichtet werden, damit Ende 2026 genau 30 % des Gesamtvermögens in Immobilien liegen?

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a) $U = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,7 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{pmatrix}$ mit $U = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & W \rightarrow I \\ \bullet & \bullet & G \rightarrow I \\ \bullet & \bullet & I \rightarrow I \end{pmatrix}$

b) $\vec{x}_1 = \vec{x}_0 \cdot U = (45 \quad 28 \quad 27)$

c) Der Wert $0,8^2 + 0,1^2 + 0,1^2 = 0,66$ gibt den Anteil des ursprünglichen Wertpapiervermögens, der nach zwei Jahren wieder in Wertpapieren liegt, einschließlich aller zwischenzeitlichen Umschichtungen.

d) 16 % des in Wertpapieren investierten Vermögens müssen in Wertpapieren verbleiben.

3.

- a) Eine Sportlerin trainiert für ein Laufevent. In der ersten Trainingswoche läuft sie insgesamt 18 km. Um ihre Ausdauer zu steigern, erhöht sie die wöchentlich gelaufene Strecke jede Woche um 2 km.
- i. (2 Punkte) Geben Sie eine allgemeine Formel für die in der n -ten Woche gelaufene Strecke an und berechnen Sie die Strecke in der 8. Woche.
 - ii. (2 Punkte) In welcher Woche überschreitet die wöchentliche Laufstrecke zum ersten Mal die Marathondistanz von 42,195 km?
 - iii. (3 Punkte) Die Sportlerin möchte in den ersten 12 Wochen insgesamt mindestens 360 km laufen. Welche Mindeststrecke müsste sie in der ersten Woche laufen, wenn die wöchentliche Steigerung weiterhin 2 km beträgt?
- b) (5 Punkte) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{3(x-2)^n}{5^{n+1}}$$

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) i. $a_n = 18 + (n - 1) \cdot 2; a_8 = 32$

ii. ab der 14. Woche

iii. $a_1 \geq 19 \text{ km}$

b) $x \in] - 3; 7[$

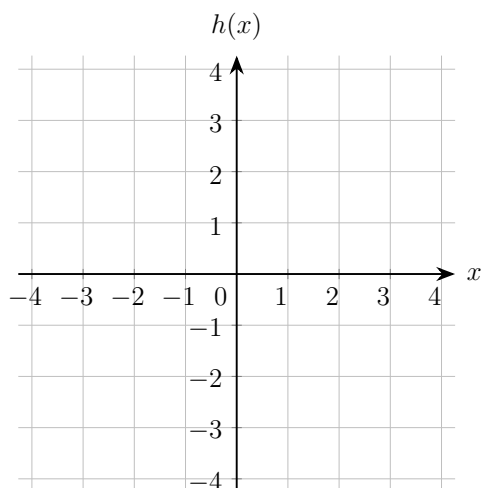
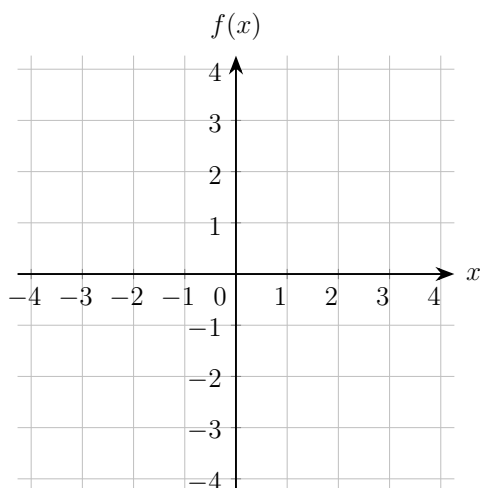
4. Gegeben sind die Funktionen

$$f(x) = x^2 + px + q \quad \text{und} \quad g(x) = kx + d$$

mit $p, q, k, d \in \mathbb{R}$.

- a) (3 Punkte) Bestimmen Sie p und q so, dass $f(1) = 2$ und $f(-3) = 7$ gilt.
- b) (3 Punkte) Setzen Sie $p = q = k = 1$. Bestimmen Sie d so, dass $(f \circ g)(2) = 3$ gilt.
- c) (3 Punkte) Setzen Sie $p = -1$ und $q = 1$. Bestimmen Sie dann $k, d \in \mathbb{R}$ so, dass $g(x)$ die Tangente an $f(x)$ im Punkt $P = (1, 1)$ ist.
- d) (3 Punkte) Setzen Sie $p = -1$ und $q = -2$. Zeichnen Sie in die untenstehenden Koordinatensysteme die Graphen der Funktion $f(x)$ und der Funktion $h(x) = |f(x)|$ ein.

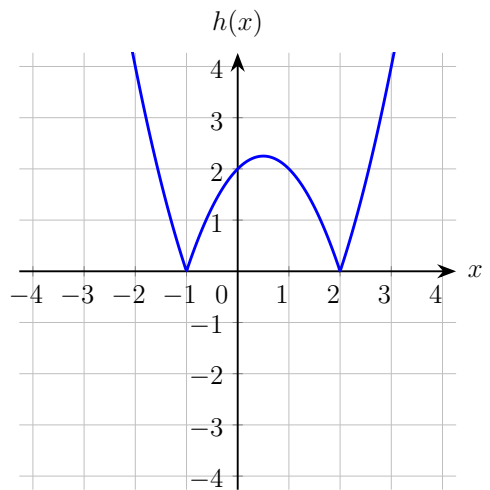
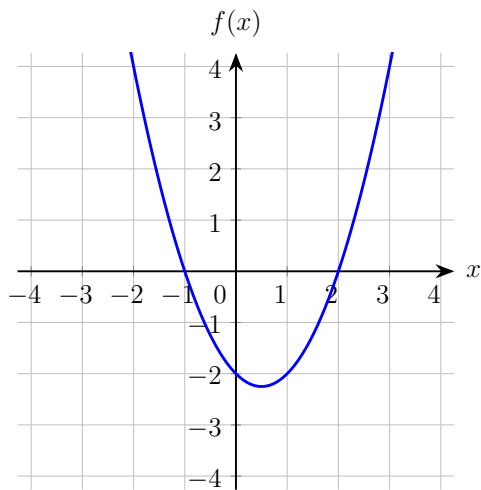
Ausführung Beispiel 4:



Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

- a) $p = \frac{3}{4}$ und $q = \frac{1}{4}$
- b) $d = -1$ oder $d = -4$
- c) $k = 1$ und $d = 0$
- d)

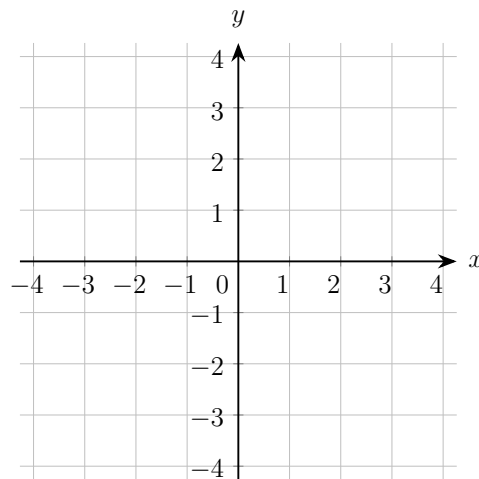


5. Gegeben ist eine Funktion in zwei Variablen:

$$f(x, y) = \ln(x^2 y)$$

- a) (3 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge.
- b) (3 Punkte) Skizzieren Sie in untenstehendes Koordinatensystem die Isoquante zum Niveau $c = 0$.
- c) (3 Punkte) Bestimmen Sie Richtung des steilsten Funktionsanstiegs an der Stelle $\left(1, \frac{3}{4}\right)$.
- d) (3 Punkte) Bestimmen Sie an der Stelle $\left(1, \frac{3}{4}\right)$ die normierte Richtungsableitung in Richtung $\vec{z} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ und interpretieren Sie den Wert.

Ausführung Beispiel 5:

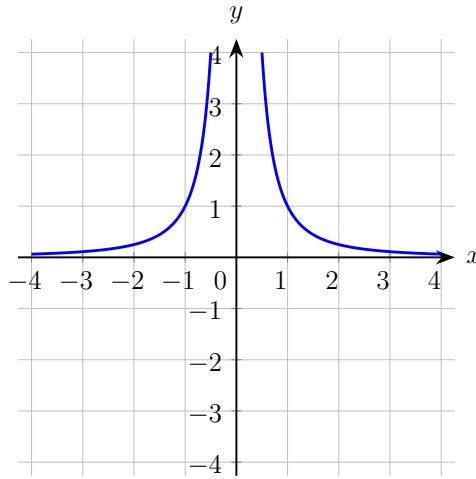


Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a) $\mathbb{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq 0 \wedge y > 0\}$

b)



c) $\vec{z} = \text{grad}(f) = \left(2, \frac{4}{3}\right)$

d) Ausgehend von der Stelle $\left(1, \frac{3}{4}\right)$ steigt der Funktionswert näherungsweise um 2 Einheiten an, wenn man sich eine Einheit in Richtung $\vec{z} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ bewegt.