Klausur Wirtschaftsmathematik VO

24. November 2025

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, Taschenrechner laut Liste!

VERBOTEN: **Handy** und **Smartwatch** am Arbeitsplatz!

Lösungswege müssen nachvollziehbar angegeben werden!

Aufgabe	**max. Punkte**	**erreichte Punkte**
1	12	
2	12	
3	12	
4	12	
5	12	
Summe	**60**	
Note:		

1. a) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung, lösen Sie die Gleichung nach der Variablen x auf und geben Sie die Lösungsmenge an:

$$\log_5(x-2) + \log_5(x+2) = 1$$

b) In einer Gruppe von 300 Lehrenden einer Universität wurde erhoben, ob sie an den internen Weiterbildungen *AI in der Lehre* (A) oder *Mathematikdidaktik* (M) teilnehmen möchten. Es ergaben sich folgende Resultate. Die Anzahl der Lehrenden, die nur an *AI in der Lehre* teilnehmen möchten, ist um 20 größer als die Anzahl der Lehrenden, die nur an *Mathematikdidaktik* teilnehmen möchten. Die Anzahl der Lehrenden, die beide Weiterbildungen besuchen möchten, ist dreimal so groß wie die Anzahl der Lehrenden, die keine der beiden Weiterbildungen besuchen möchten. Insgesamt möchten 240 Lehrende mindestens eine der beiden Weiterbildungen besuchen.

i. (3 Punkte) Erstellen Sie ein Venn Diagramm des Sachverhaltes samt den Mächtigkeiten aller Teilmengen.

ii. (2 Punkte) Wie viele Lehrende wollen nur *Mathematikdidaktik* besuchen, wie viele wollen keine der beiden Weiterbildungen besuchen?

iii. (2 Punkte) Welche Gruppe von Lehrenden wird durch die Menge $(A \setminus M) \cup (M \setminus A)$ repräsentiert? Formulieren Sie Antwort im Kontext der Erhebung.

Ausführung Beispiel 1:

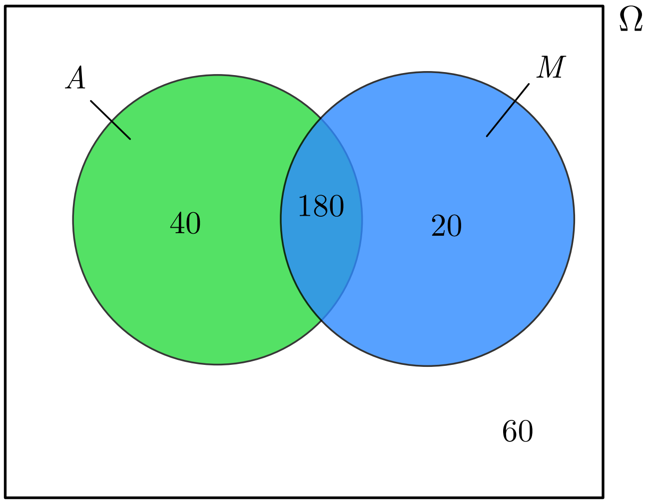
Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$; $x_1 = -3$, $x_2 = 3$; $\mathbb{L} = \{3\}$.

b)

i.



ii. 20 wollen nur Mathematikdidaktik besuchen, 60 keine der beiden Weiterbildungen

iii. Diejenigen Lehrenden, die nur eine der beiden Veranstaltungen besuchen wollen

2. Gegeben sind die Matrix A und der Vektor b:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -5+\alpha \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 3-\alpha \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) (2 Punkte) Bestimmen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass

$$\sum_{i=1}^{3} a_{ii} = 2$$

gilt.

b) (4 Punkte) Für welche Werte von $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt $\det A = 0$?

c) (6 Punkte) Setzen Sie nun $\alpha = 0$. Bestimmen Sie dann alle Lösungen des Gleichungssystems $Ax = b$.

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a) $\alpha = -4$.

b) $\det(A) = -3\alpha$ und daher ist $\det A = 0$ nur für $\alpha = 0$ erfüllt.

c) $L = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -11 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. A, B und C erhalten heuer erstmals eine jährliche Einspeisevergütung für Photovoltaik-Anlagen. Der Anfangsbetrag im ersten Jahr beträgt für jeden 1.200 Euro pro Jahr. Die weitere Entwicklung ist für jede Person unterschiedlich geregelt:

   a) (5 Punkte) A erhält vom 2. bis einschließlich des 17. Jahres jährlich eine Erhöhung der Einspeisevergütung um 72 Euro. Ab dem 18. Jahr wird die Vergütung jährlich um 3 % gegenüber dem Vorjahr erhöht.

      i. Geben Sie den Betrag an, den A im 17. Jahr erhält.

      ii. Wie viel erhält A insgesamt in den ersten 20 Jahren?

   b) (3 Punkte) Die Entwicklung der Vergütung von B in den ersten 3 Jahren ist in folgender Tabelle dargestellt:

Jahr	Jährliche Einspeisevergütung (in Euro)
1	1.200
2	1.260
3	1.323

      i. Zeigen Sie, dass die Vergütung von B in den ersten drei Jahren jeweils um den gleichen Faktor gestiegen ist.

      ii. Wie viel erhält B insgesamt in den ersten 20 Jahren, wenn diese Erhöhung jährlich mit dem gleichen Faktor fortgeführt wird? Berechnen Sie den Betrag unter Verwendung einer geeigneten Summenformel.

   c) (4 Punkte) Die Vergütung von C erhöht sich jedes Jahr um 4 % im Vergleich zum jeweils vorherigen Jahr. Insgesamt erhält C eine Vergütung in Höhe von 30.774,495 Euro. Wie viele Jahre hat C die Vergütung erhalten?

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) $a_{17} = 2.352$; $s = 37.679,89$

b)

  i. $\frac{1260}{1200} = 1,05$; $\frac{1323}{1260} = 1,05$;

  ii. $39.679,14$

c) 18 Jahre

4. Gegeben ist die Funktion

$$g(x) = 3x^3 - \frac{1}{5}x^5$$

a) (3 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge $D \subseteq \mathbb{R}$ und bestimmen Sie alle Nullstellen.

b) (3 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion g.

c) (3 Punkte) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion g monoton wachsend?

d) (3 Punkte) Wie groß ist der Inhalt der Fläche, den der Graph der Funktion g mit der x-Achse im Intervall $[0; 3]$ einschließt?

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) $x = 0$, $x = \sqrt{15}$, $x = -\sqrt{15}$

b) $x = 0$, $x = 3$, $x = -3$

c) g ist monoton wachsend in dem Intervall $[-3; 3]$.

d) $A = 36,45$

5. Gegeben ist die Funktion

$$f(x,y) = \ln(y^2) - x^2 - \frac{y}{2x} \quad x \neq 0, y \neq 0$$

a) (6 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion f.

b) (6 Punkte) Stellen Sie mit Hilfe der Hesse-Matrix fest, ob es sich bei der stationären Stelle im ersten Quadranten um ein Maximum, ein Minimum oder einen Sattelpunkt handelt.

Ausführung Beispiel 5:

Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a) $(1,4)$; $(-1,-4)$

b) $H(x,y) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{x^2} - 2 - \frac{y}{x^3} & \frac{1}{2x^2} \\ \frac{1}{2x^2} & -\frac{1}{y^2} \end{pmatrix}$

$(1,4)$ lokales Maximum