Klausur Wirtschaftsmathematik VO

24. September 2025

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, Taschenrechner laut Liste!

VERBOTEN: **Handy** und **Smartwatch** am Arbeitsplatz!

Lösungswege müssen nachvollziehbar angegeben werden!

Aufgabe	**max. Punkte**	**erreichte Punkte**
1	11	
2	12	
3	13	
4	13	
5	11	
Summe	**60**	
Note:		

1. a) (6 Punkte) Die Menge Ω hat die Teilmengen A , B und C.

   Es gilt:

$$\begin{array}{ccc} A \cap B & = & \{3,7\} \\ \overline{A \cup B \cup C} & = & \{8\} \\ C & = & \{1,2,3\} \\ A \setminus B & = & \{4,5,6\} \\ B & \subset & A \end{array}$$

   i. Erstellen Sie ein Venn-Diagramm mit der Grundmenge Ω und den Mengen A, B und C.

   ii. Bestimmen Sie die Mengen $A \setminus C$ und $A \triangle C$ und Ω.

   b) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung, lösen Sie die Gleichung nach der Variablen x auf und geben Sie die Lösungsmenge an:

$$27^{-3x} = 81 \cdot 9^{x+4}$$

Ausführung Beispiel 1:

Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 7\}$; $C = \{1, 2, 3\}$, $A \setminus C = \{4, 5, 6, 7\}$, $A \triangle C = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$, $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

b) $D = \mathbb{R}$, $\mathbb{L} = \left\{-\frac{12}{11}\right\}$

2. a) (8 Punkte) Ein Hersteller von Nahrungsergänzungsmitteln wirbt damit, dass sein Multivitaminpräparat die optimale Menge an Vitaminen A, B und C mit den Mengeneinheiten (ME)

$$A = 16, \quad B = 19, \quad C = 36$$

enthält.

Zu welchen Anteilen müssen die Obstsorten Orange, Kiwi und Mango gemischt werden, damit die vorgegebenen Vitaminmengen exakt erreicht werden? Die Vitamingehalte pro Einheit Obst (in ME) sind in der folgenden Tabelle angegeben:

	A	B	C
Orange	2	5	9
Kiwi	4	6	12
Mango	8	3	6

b) (4 Punkte) Gegeben sind zwei 2×2-Matrizen A, B. Es gelten folgende Aussagen:

- $det(A) = 0$ und $A \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
- $det(B) \neq 0$

i. Welchen Rang besitzt die Matrix A? Begründen Sie!

ii. Welche Lösung besitzt das Gleichungssystem $B \cdot x = 0$?

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a) Orange $= \frac{1}{2}$, Kiwi $= \frac{1}{4}$, Mango $= \frac{1}{4}$ bzw. $50\%,\ 25\%,\ 25\%$

b)

i. Da $det(A) = 0$ kann die Matrix A nur den Rang 1 oder 0 besitzen. Da $A \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ muss A also den Rang 1 besitzen.

ii. Wenn $det(B) \neq 0$ gilt: das Gleichungssystem $B \cdot x = 0$ besitzt genau eine Lösung, nämlich die triviale Lösung. Somit $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

3. a) (4 Punkte) Herr Gruber legt € 10.000 für neun Jahre auf ein Sparbuch. Für die ersten drei Jahre erhält er 3 % per anno – für die letzten drei Jahre 5 % per anno. Wie hoch ist der konstante Zinssatz für die mittleren drei Jahre, wenn Herr Gruber nach neun Jahren € 14.024,93 Euro am Konto hat?

Fertigen Sie für die folgenden Aufgaben eine graphische Darstellung der Zahlungsströme an und lösen Sie sie dann. Geben Sie die zu berechnenden Werte, deren Bezug zur graphischen Darstellung und alle Zwischenschritte bis zur Anwendung der geometrischen Summenformel explizit an. Das Anschreiben einer Formel alleine genügt nicht!

b) (4 Punkte) Frau Gruber überlegt am 1.1.2025 einen Kredit aufzunehmen und jährlich am Jahresanfang (beginnend im Jahr 2026) bis zum 1.1.2035 eine Rate in der Höhe von € 3.000 zurückzahlen. Der Zinssatz des Kredits soll dabei 4 % p.a. betragen. Berechnen Sie die Höhe des Kredites.

c) (5 Punkte) Frau Gruber entscheidet sich schlussendlich am 1.1.2025 einen Kredit in der Höhe von € 15.000 aufzunehmen. Sie vereinbart mit der Bank allerdings, die erste Rate erst am 1.1.2029 einzuzahlen und die gesamte Schuld trotzdem bis zum 1.1.2035 zu tilgen. Berechnen Sie die Rate, wenn der Zinssatz des Kredits wieder mit 4 % p.a. veranschlagt ist.

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) $i = 3,5\,\%$

b) $24.332,69$

c) $R = 2.811,20$

4. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 2x \cdot \sqrt{9 - ax^2}$$

mit $a > 0$.

a) (2 Punkte) Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ in Abhängigkeit von a an.

b) (2 Punkte) Bestimmen Sie alle Nullstellen in Abhängigkeit von a.

Setzen Sie für die folgenden Aufgaben $a = 1$.

c) (5 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen von $f(x)$.

d) (4 Punkte) Bestimmen Sie das Integral:

$$\int f(x)dx$$

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) $D = [-\frac{3}{\sqrt{a}}, \frac{3}{\sqrt{a}}]$

b) $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{3}{\sqrt{a}}$, $x_3 = -\frac{3}{\sqrt{a}}$

c) $f'(x) = \frac{18 - 4x^2}{\sqrt{9 - x^2}}$; Min bei $x = \frac{-3}{\sqrt{2}}$, Max bei $x = \frac{3}{\sqrt{2}}$

d) $\int f(x)dx = \frac{-2}{3}(9 - x^2)^{\frac{3}{2}} + C$

5. Gegeben ist eine Funktion in zwei Variablen:

$$f(x, y) = x^2 \ln y - \sqrt{4 - x^2}$$

a) (3 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge!

b) (5 Punkte) Wie ändert sich der Funktionswert näherungsweise, wenn man ausgehend vom Punkt (1, 1):

- x um $\sqrt{\dfrac{3}{4}}$ verringert und
- y um 0,2 erhöht?

c) (3 Punkte) Wie groß ist die exakte Änderung?

Ausführung Beispiel 5:

Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a) $\mathbb{D} = [-2; 2] \times \mathbb{R}_{++}$

b) -0,3

c) -0,260