

Klausur Wirtschaftsmathematik VO

6. Dezember 2024

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, Taschenrechner laut Liste!

VERBOTEN: **Handy** und **Smartwatch** am Arbeitsplatz!

Lösungswege müssen nachvollziehbar angegeben werden!

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	11	
3	12	
4	13	
5	12	
Summe	60	
Note:		

1. a) Gegeben sind die folgenden Teilmengen aus \mathbb{R} :

$$A = \left]0; \frac{3}{2}\right[\quad B =]1; 3[\quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 5\}$$

- i. (3 Punkte) Bestimmen Sie alle paarweisen Durchschnitte, d.h.: bestimmen Sie $A \cap B$, $A \cap C$ und $B \cap C$.
 - ii. (2 Punkte) Bestimmen Sie die Menge $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$.
 - iii. (2 Punkte) Skizzieren Sie $A \times C$ im zugehörigen untenstehenden Koordinatensystem.
- b) (5 Punkte) (Unabhängig von a)) Gegeben sind die folgenden Mengen:

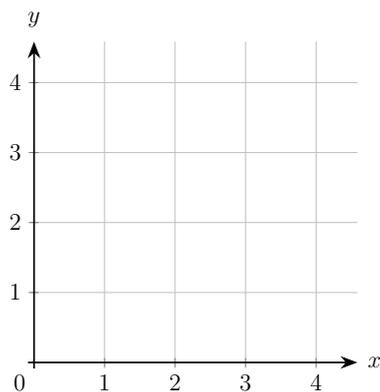
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (1 \leq x \leq 4) \wedge (|y - 3| \leq 2)\}$$

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + y^2 \leq 9) \wedge (x \geq 0) \wedge (y \geq 0)\}$$

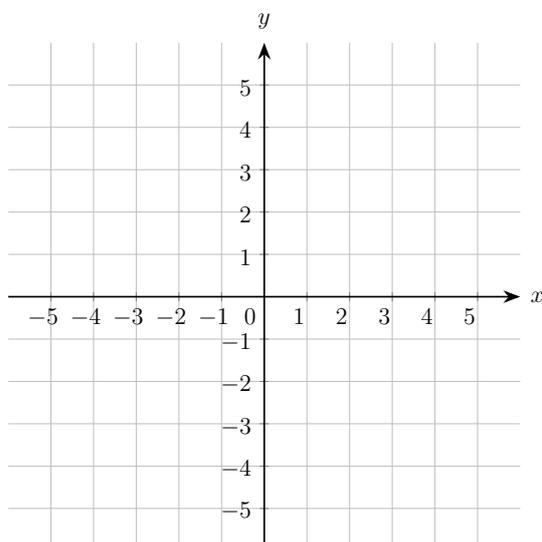
Kennzeichnen Sie Menge $\overline{D} \cap E$ im zugehörigen untenstehenden Koordinatensystem.

Ausführung Beispiel 3:

$A \times C$



$\overline{D} \cap E$



Ausführung Beispiel 1:

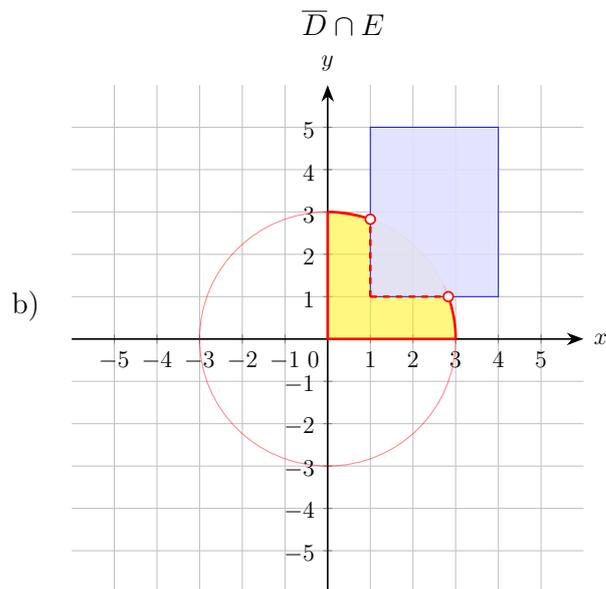
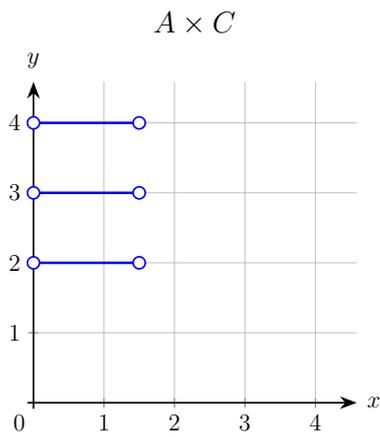
Lösung:

a)

i. $A \cap B =]1; \frac{3}{2}[$; $A \cap C = \{\}$; $B \cap C = \{2\}$

ii. $(A \cup B) \setminus (A \cap B) =]0; 1[\cup]\frac{3}{2}; 3[$

iii.



2. a) (4 Punkte) Gegeben sind die Matrizen A und B :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 7 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie, falls möglich, $C = A \cdot B$ und berechnen und interpretieren Sie $|C^T|$.

b) (7 Punkte) (Unabhängig von a)) Bestimmen Sie alle Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems mit Hilfe des Gauß-Algorithmus!

$$\begin{aligned} x + 4y + 3z &= 2 \\ 2x &+ 5z = 18 \\ -x - 2y + 3z &= 6 \end{aligned}$$

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

$$\text{a) } C^T = \begin{pmatrix} -1 \\ 16 \\ 36 \end{pmatrix} \quad |C^T| = \sqrt{1553} \approx 39,408.$$

Der Betrag von C^T entspricht der Länge des Vektors C^T .

$$\text{b) } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. a) (4 Punkte) Gegeben ist die Folge

$$a_n = (2n^2 + 3n)^{-1} \cdot \frac{(2n^2 + \sqrt{n})^2}{(3n^2 + n)}$$

Berechnen Sie mit Hilfe der Grenzwertrechenregeln – wenn möglich – den Grenzwert der Folge.

b) (8 Punkte) (Unabhängig von a)) Gegeben ist die geometrische Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit

$$b_n = 7 \cdot \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{2} \right)^{n-1}$$

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die zugehörige Reihe?

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) $\frac{2}{3}$

b) $0 < x < 3$

4. Gegeben ist die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = 3xe^{-2x^2}$$

- a) (6 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion f und untersuchen Sie, ob es sich um Minimum- oder Maximumstellen handelt.
- b) (4 Punkte) Bestimmen Sie für die gegebene Funktion f :

$$\int f(x)dx$$

- c) (3 Punkte) Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) Max bei $x = \frac{1}{2}$ und Min bei $x = -\frac{1}{2}$.

b) $-\frac{3}{4}e^{-2x^2} + C$

c) 0

5. Gegeben ist die folgende Funktion:

$$f(x, y) = 2e^{\frac{x}{2}} - \frac{\ln(x-1)}{y^2}$$

- a) (2 Punkte) Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion $f(x, y)$ an.
- b) (7 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion $f(x, y)$.
- c) (3 Punkte) Berechnen Sie die normierte Richtungsableitung der Funktion $f(x, y)$ an der Stelle $(2, 3)$ in Richtung des Vektors $\vec{z} = \begin{pmatrix} -7 \\ 24 \end{pmatrix}$.

Ausführung Beispiel 5:

Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq 0 \text{ und } x > 1\}$

b) $STS_1 = \left(2, \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ und $STS_2 = \left(2, -\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$

c) $\frac{df}{dz}(2, 3) = -0,73$