

Klausur Wirtschaftsmathematik VO

12. Mai 2023

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: **nur** die Formelsammlung des Instituts!

VERBOTEN: **Taschenrechner** und **Handys** am Arbeitsplatz!

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	11	
2	12	
3	11	
4	13	
5	13	
Summe	60	
Note:		

1. a) (7 Punkte) Bestimmen Sie die Definitionsmenge, lösen Sie die Ungleichung nach x auf und geben Sie die Lösungsmenge über \mathbb{R} an:

$$x \geq \frac{3}{x-2}$$

- b) (4 Punkte) Berechnen Sie:

$$\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^3 \log_{(i+1)} \left[(i+1) \cdot (i+1)^k \right]$$

Ausführung Beispiel 1:

Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) $L = [-1; 2[\cup [3; \infty[$

b) 15

2. Nach einer Studie hatten die beiden Zahnpastamarken A und B im Jahr 2022 einen Marktanteil von jeweils 50 %. Es ist bekannt, dass pro Jahr jeweils 40 % der KundInnen von A zu B wechseln, sowie 10 % der KundInnen von B zu A wechseln.
- a) (2 Punkte) Stellen Sie die Übergangsmatrix U auf.
 - b) (2 Punkte) Wie sieht die Marktaufteilung im Jahr 2023 aus?
 - c) (5 Punkte) Wie war die Marktaufteilung im Jahr 2021 unter der Annahme stets gleicher Übergangswahrscheinlichkeiten?
 - d) (3 Punkte) Wie viele Kunden müssten pro Jahr von A zu B wechseln, damit der Marktanteil von A im Jahr 2023 genau 40 % beträgt, wenn weiterhin 10 % der KundInnen von B zu A wechseln?

Hinweis: Für die Inverse einer 2×2 -Matrix $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ gilt: $A^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - b \cdot c} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a) $U = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$

b) $(0,35 \quad 0,65)$

c) $(0,8 \quad 0,2)$

d) 30%

3. a) Marie legt jedes Jahr am Beginn des Jahres, drei Jahre lang, einen gleichbleibenden Betrag auf ihr Konto. Dieser Betrag wird mit dem (unrealistischen) Zinssatz $i = 20\%$ am Ende eines Jahres verzinst. Nach drei Jahren hat sie 5.460 Euro am Konto? Wie viel hat sie jährlich eingezahlt? Hinweis: Verwenden Sie Bruchschreibweise!
- i. (3 Punkte) Fertigen Sie eine graphische Darstellung der Zahlungsströme an!
 - ii. (2 Punkte) Schreiben Sie die zur Lösung der Aufgabe nötige Gleichung mit Hilfe eines Summenzeichens an!
 - iii. (3 Punkte) Lösen Sie die Aufgabe unter Verwendung der Summenformel einer Folge!
- b) (3 Punkte) Heinrich spart auch, legt sein Geld aber unverzinst zu Hause in einen Safe. Auch er will nach drei Jahren 5.460 Euro gespart haben. Er steigert jedes Jahr seine Sparleistung um 500 Euro. Wie viel legt er im ersten Jahr in den Safe?

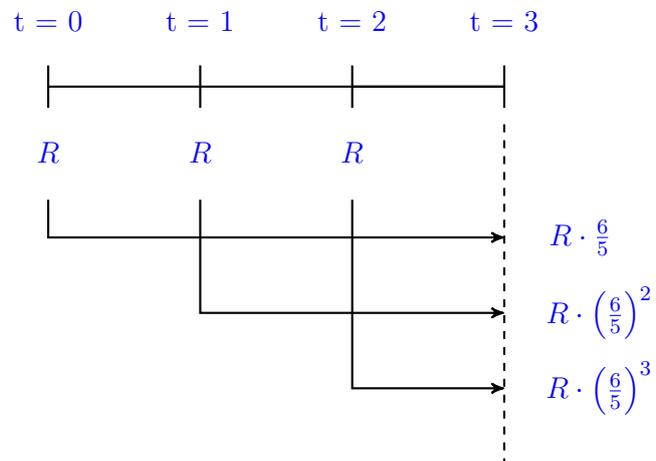
Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a)

i.



ii. $R \cdot \sum_{t=1}^3 \left(\frac{6}{5}\right)^t = 5.460$

iii. 1.250

b) 1.320

4. Gegeben sind die Funktionen

$$f_1 : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f_1(x) = 1 - \frac{2}{x}$$

$$f_2 : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, f_2(x) = \sqrt{x}$$

$$f_3 :]1; \infty[\rightarrow \mathbb{R}, f_3(x) = \ln(x - 1)$$

a) (5 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge $D \subset \mathbb{R}$ der Funktion

$$f(x) = (f_2 \circ f_1)(x) = f_2(f_1(x))$$

b) (4 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe der Differentialrechnung alle $x \in \mathbb{R}_{++}$, für die die Funktion

$$g(x) = x \cdot f_1(x) + f_2(x)$$

streng monoton steigend ist?

c) (4 Punkte) Bestimmen Sie den folgenden Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f_1(x)}{f_3(x)}$$

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

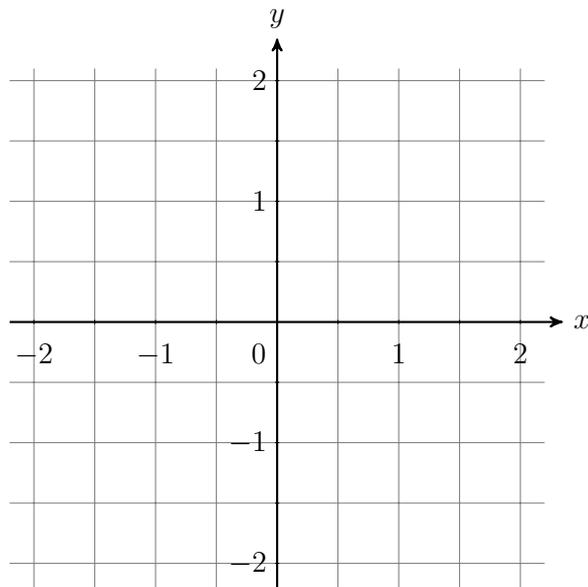
- a) $D =]-\infty; 0[\cup [2; \infty[$
- b) streng monoton steigend $\forall x \in \mathbb{R}_{++}$
- c) $\frac{1}{2}$

5. Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = \ln(x) + 2 \ln(y) + \ln(1 - x - y).$$

- (4 Punkte) Zeichnen Sie alle Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ in das untenstehende Koordinatensystem ein, für die die Funktion f definiert ist.
- (6 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion!
- (3 Punkte) Wie ändert sich der Funktionswert näherungsweise, wenn man – ausgehend von der Stelle $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$, x um $dx = 0,1$ und y um $dy = 0,2$ Einheiten verändert?

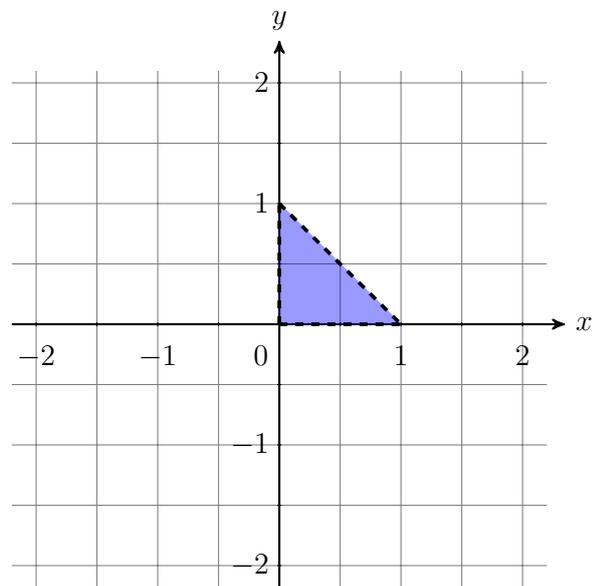
Ausführung Beispiel 5:



Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0 \wedge y > 0 \wedge x + y < 1\}$



b) STS $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$

c) f steigt um näherungsweise 1,4 Einheiten