

Klausur Wirtschaftsmathematik VO

02. Februar 2023

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: **nur** die Formelsammlung des Instituts!

VERBOTEN: **Taschenrechner** und **Handys** am Arbeitsplatz!

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	12	
3	10	
4	14	
5	12	
Summe	60	
Note:		

1. a) (4 Punkte) Vereinfachen Sie folgenden Ausdruck soweit möglich:

$$\log_2 \left(\sum_{i=0}^3 ((i+1)^2 - i^2) \right)$$

- b) (8 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge $D \subseteq \mathbb{R}$ der folgenden Ungleichung, lösen Sie die Ungleichung und geben Sie die Lösungsmenge an.

$$-x - |x| + \sqrt{4x^2 - 1} < 0$$

Ausführung Beispiel 1:

Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) 4

b) $D =]-\infty; -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, \infty[$; $L = [\frac{1}{2}; \infty[$

2. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & t & -1 \\ t & -1 & 2 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ t & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

- a) (4 Punkte) Für welche Werte von t ist die Matrix A invertierbar?
- b) (2 Punkte) Bestimmen Sie, wenn möglich, t so, dass der erste und der dritte Spaltenvektor der Matrix A linear abhängig sind.
- c) (6 Punkte) Berechnen Sie die Matrix $C = A \cdot B^T$ und geben Sie deren Rang in Abhängigkeit von t an.

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

- a) $t \neq 3$ und $t \neq -1$,
- b) nicht möglich. Widerspruch!
- c) $\text{rg}(C) = 1$ für $t = 0$; $\text{rg}(C) = 2$ für $t \neq 0$

3. a) Bei einem Laufwettbewerb erhält die Person, die den 16. Platz erreicht, den niedrigsten Geldgewinn in der Höhe von € 12.
- i. (2 Punkte) Wie hoch ist der Preis für den 1. Platz, wenn jede Platzverbesserung zu einer Preisgelderhöhung von genau € 60 führt?
 - ii. (2 Punkte) Wie hoch ist die insgesamt ausgeschüttete Gewinnsumme?
 - iii. (2 Punkte) Wie hoch müsste die Preisgelderhöhung pro Platz sein (statt der € 60), damit der 3. Platz € 155 bekommt, wenn es für den 16. Platz weiterhin € 12 gibt?
- b) (unabhängig von a) Gegeben ist die folgende Reihe:

$$3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$$

- i. (2 Punkte) Schreiben Sie die Summe der ersten 6 Glieder dieser Reihe unter Verwendung des Summenzeichens.
 - ii. (2 Punkte) Berechnen Sie – sofern möglich – den Wert der obigen unendlichen Reihe.
- Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) arithmetische Folge mit $a_{16} = 12$ und $d = -60$.

i. $a_1 = 912$

ii. $s_{16} = 7392$

iii. $d = -11$

b) i. $3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} = \sum_{i=0}^5 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^i$

ii. $\frac{9}{2}$

4. Gegeben ist die die Funktion

$$f(x) = x \cdot \ln\left(\frac{x^2}{4}\right)$$

- a) (3 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge sowie alle Nullstellen der Funktion f .
- b) (6 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion f . Die exakten Zahlenwerte müssen Sie nicht berechnen.
- c) (5 Punkte) Bestimmen Sie für die gegebene Funktion f :

$$\int f(x) dx$$

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}; \quad x = \pm 2$

b) $f'(x) = \ln\left(\frac{x^2}{4}\right) + 2 \quad x_1 = -\sqrt{4e^{-2}} = -\frac{2}{e}; \quad x_2 = \sqrt{4e^{-2}} = \frac{2}{e}$

c) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \left(\ln\left(\frac{x^2}{4}\right) - 1\right) + C$

5. Gegeben sind die Nachfragefunktionen N^1 und N^2 für die beiden Produkte 1 und 2 mit den Preisen p_1 und p_2 .

$$N^1(p_1, p_2) = 20 - p_1^2 + 4p_2$$

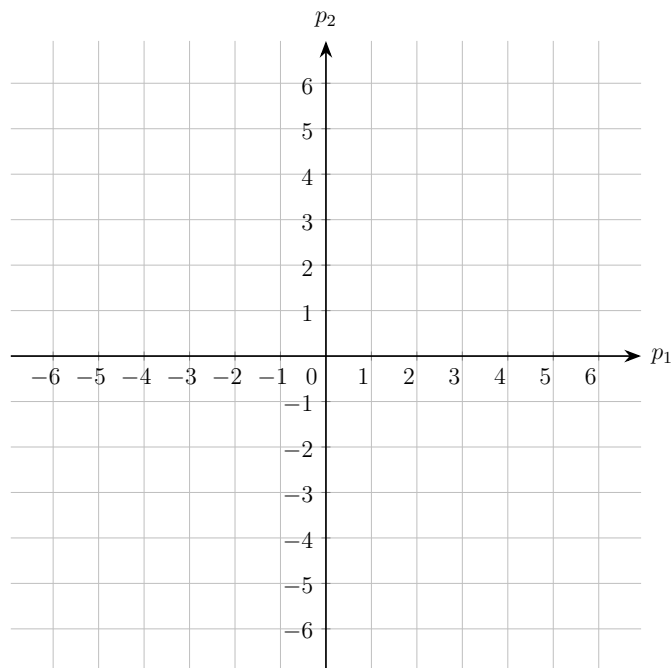
$$N^2(p_1, p_2) = 10 + 3p_1^2 - 4p_2 + 2\frac{p_2}{p_1}$$

- a) (3 Punkte) Skizzieren Sie in nachstehendem Koordinatensystem die ökonomisch sinnvollen Kombinationen der Preise (p_1, p_2) , die zu einer Nachfrage von 28 Einheiten von Produkt 1 führen.

Unterstellen Sie für die nachfolgenden Aufgaben, dass derzeit Produkt 1 um 2 GE und Produkt 2 um 4 GE verkauft werden.

- b) (2 Punkte) Wie hoch ist bei derzeitigen Preisen jeweils die Nachfrage nach den Produkten?
 c) (3 Punkte) Um wie Prozent ändert sich die Nachfrage nach Produkt 2 bei derzeitigen Preisen ungefähr, wenn der Preis des Produkts 1 um ein Prozent erhöht wird? Steigt oder sinkt die Nachfrage?
 d) (4 Punkte) Um wie viele Einheiten ändert sich die Nachfrage nach Produkt 2 bei derzeitigen Preisen ungefähr, wenn der Preis des Produkts 1 um 0,2 GE steigt, der Preis des Produkts 2 jedoch um 0,1 GE sinkt? Steigt oder sinkt die Nachfrage?

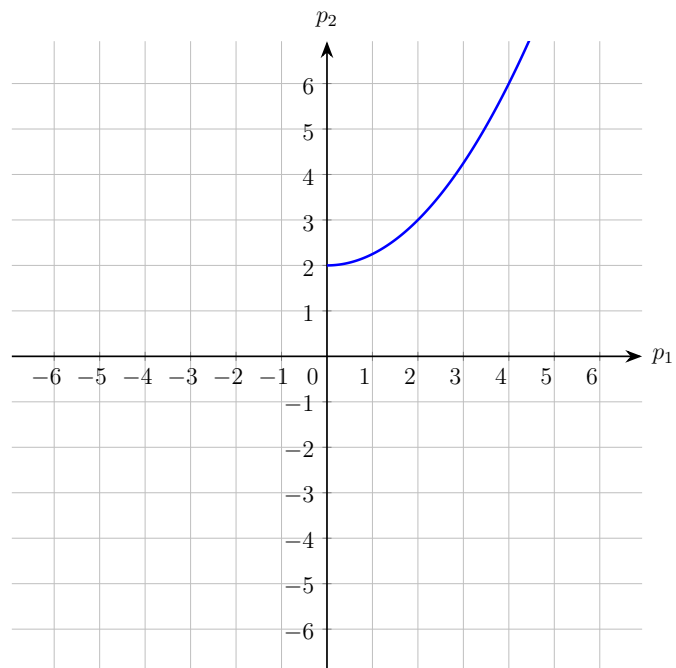
Ausführung Beispiel 5:



Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a)



b) 32 bzw. 10

c) $\varepsilon_{21} = 2$, Nachfrage steigt um etwa 2%.

d) Nachfrage steigt um etwa 2,3 Einheiten.