

Klausur Wirtschaftsmathematik VO

26. September 2022

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: **nur** die Formelsammlung des Instituts!

VERBOTEN: **Taschenrechner** und **Handys** am Arbeitsplatz!

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	13	
2	11	
3	12	
4	13	
5	11	
Summe	60	
Note:		

1. In der Grundmenge $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ sind folgende Teilmengen gegeben:

$$A = \{x \in G \mid x < 4\} \quad B = \{x \in G \mid x \text{ gerade}\} \quad C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

a) Bestimmen Sie

i. (3 Punkte) die Menge $B \cap (A \Delta C)$.

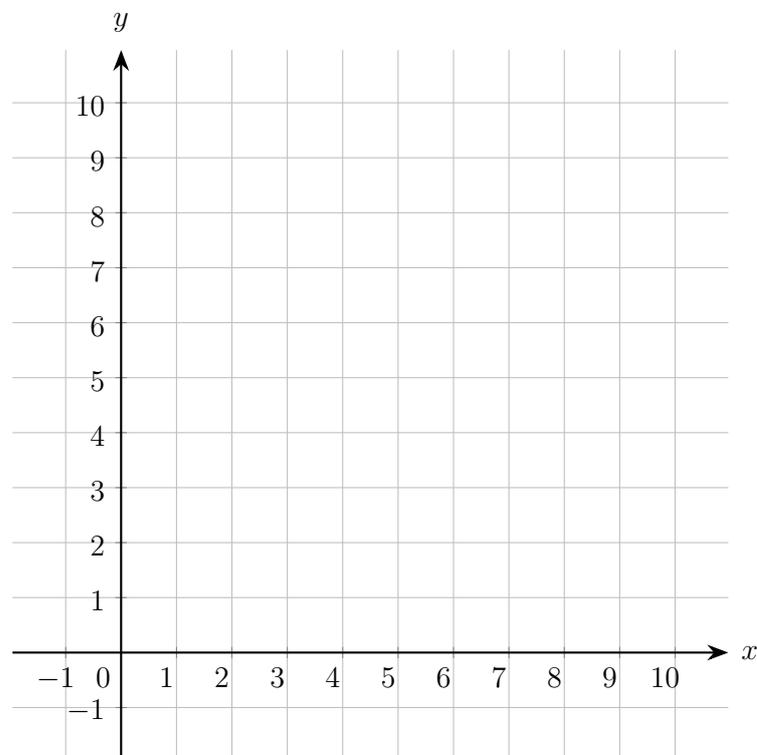
ii. (3 Punkte) die Menge $\overline{A} \setminus \overline{C}$

iii. (4 Punkte) die Menge $B \times A$ und stellen Sie diese Menge in nachstehendem Koordinatensystem grafisch dar! Wie groß ist die Mächtigkeit dieser Menge?

b) (3 Punkte) Geben Sie alle Mengen X an, für die gilt:

$$\{1, 3\} \subset X \subseteq \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Ausführung Beispiel 1:



Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

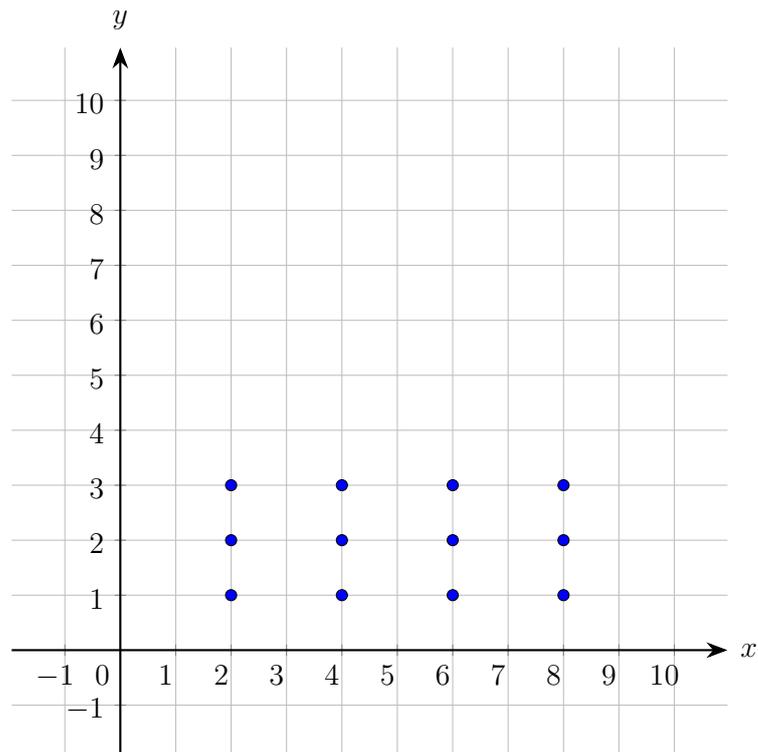
a) $A = \{1, 2, 3\}; B = \{2, 4, 6, 8\}; C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$\bar{A} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}; \bar{C} = \{2, 4, 6, 8\}; A \Delta C = \{2, 5, 7, 9\}$

i. $B \cap (A \Delta C) = \{2\}$

ii. $\bar{A} \setminus \bar{C} = \{5, 7, 9\}$

iii. $B \times A = \{2, 4, 6, 8\} \times \{1, 2, 3\} = \{(2, 1); (2, 2); (2, 3); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (6, 1); (6, 2); (6, 3); (8, 1); (8, 2); (8, 3)\}$. Mächtigkeit = 12.



b) $\{1, 3, 5\}; \{1, 3, 7\}; \{1, 3, 9\}; \{1, 3, 5, 7\}; \{1, 3, 5, 9\}; \{1, 3, 7, 9\}; \{1, 3, 5, 7, 9\}$

2. Gegeben ist die Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -7 & t \\ 1 & -2 & t+1 \\ -2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

- a) (4 Punkte) Bestimmen Sie $t \in \mathbb{R}$ derart, dass das lineare Gleichungssystem $Ax = 0$ ausschließlich die triviale Lösung besitzt!
- b) (7 Punkte) Berechnen Sie die Inverse von A für $t = 2$.

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a) $t \neq 3$

b) $\begin{pmatrix} 19 & -41 & 17 \\ 11 & -24 & 10 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

3. a) (6 Punkte) Aufgrund der stark steigenden Energiekosten muss ein Unternehmen, um die laufende Produktion aufrecht erhalten zu können, am 01.01.2023 einen Kredit in Höhe von 525.000.- aufnehmen. Dieser Kredit soll (beginnend mit 31.12.2023) am Ende jeden Jahres vier Jahre lang durch eine gleichbleibende Rate R zurückgezahlt werden. Berechnen Sie R , wenn man von einem (unrealistischen) kalkulatorischen Jahreszinssatz von $i = \frac{1}{3}$ ausgeht! Fertigen Sie eine graphische Darstellung der Zahlungsströme an und berechnen Sie die Lösung unter Verwendung einer geeigneten Summenformel.
- b) (6 Punkte) (unabhängig von a)) Am 31.08.2022 wurde der monatliche Stromverbrauch eines Unternehmens abgelesen. Er betrug für den Monat August 15.000 Kilowattstunden (kWh). Durch Energiesparmaßnahmen soll dieser Verbrauch nun in jedem Monat der folgenden zwei Jahre um 50 kWh (im Vergleich zum Vormonat) reduziert werden.
- Wie hoch wird der Stromverbrauch sein, der am 31.08.2024 für den Monat August abgelesen wird?
 - Wie viele Kilowattstunden können durch die gesetzten Maßnahmen innerhalb der zwei Jahre in Summe eingespart werden?

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) 256.000.-

b)

i. 13.800 kWh

ii. 15.000 kWh

4. Gegeben ist die Funktion

$$f : D \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f(x) = x \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

- a) (2 Punkte) Bestimmen Sie die größtmögliche Definitionsmenge $D \subseteq \mathbb{R}$ und alle Nullstellen der Funktion f .
- b) (4 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion.
- c) (3 Punkte) Für welche $x \in D$ ist der Graph der Funktion f streng monoton steigend?
- d) (4 Punkte) Bestimmen Sie für die gegebene Funktion f :

$$\int f(x) dx$$

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) $D = \mathbb{R}, x = 0$

b) $x = 1, x = -1$

c) $x \in]-1; 1[$

d) $\int f(x) dx = -e^{-\frac{1}{2}x^2} + C$

5. Die zwei Inputfaktoren eines Unternehmens, das ein Gut produziert, sind Arbeit (A) und Energie (E). Die Produktionsfunktion $f(A, E)$ des Unternehmens ist gegeben durch

$$f(A, E) = 2A + 2A^2 + 3A^2E + 4\frac{A^3}{E}$$

Zur Zeit werden 2 Einheiten von A sowie 4 Einheiten von E als Inputmengen eingesetzt.

- a) (5 Punkte) Um wieviel Prozent steigt näherungsweise der Output, wenn – ausgehend von den ursprünglichen Inputmengen – nun 1 Prozent mehr Energie eingesetzt wird?
- b) (4 Punkte) Wie verändert sich der Output näherungsweise, wenn – ausgehend von den ursprünglichen Inputmengen – nun 0,1 Einheiten von A weniger, aber zusätzliche 0,2 Einheiten von E verwendet werden? Steigt oder sinkt der Output?
- c) (2 Punkte) Pläne zur Energieeinsparung sehen vor, dass – ausgehend von den ursprünglichen Inputmengen – eine Einheit E weniger eingesetzt werden soll. Wie viele Einheiten von Input A müssen nun näherungsweise zusätzlich eingesetzt werden, damit die Outputmenge unverändert bleibt?

Ausführung Beispiel 5:

Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a) $\epsilon_E = \frac{40}{68} = \frac{10}{17}$

b) Output sinkt um 5 Einheiten

c) $r_{AE} = \frac{1}{7}$

d) 50