Klausur Wirtschaftsmathematik VO

1. Juli 2022

Bitte leserlich in Druckbuchstaben ausfüllen!

NACHNAME:	
VORNAME:	
MATRIKELNUMMER:	

ERLAUBT: **nur** die Formelsammlung des Instituts!

VERBOTEN: **Taschenrechner** und **Handys** am Arbeitsplatz!

Aufgabe	**max. Punkte**	**erreichte Punkte**
1	11	
2	11	
3	12	
4	14	
5	12	
Summe	**60**	
Note:		

1. a) (6 Punkte) Geben Sie die Lösungsmenge folgender Ungleichung über den reellen Zahlen an.

$$\frac{|4x-2|}{2} \leq 3x$$

b) (5 Punkte) $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4\}$ ist die Menge der Angestellten eines Betriebes. Durch die folgende Tabelle wird jeder Angestellten $m_i \in M$ ihr Gehalt $g(m_i)$ sowie ihr Alter $a(m_i)$ zugeordnet:

m_i	$g(m_i)$	$a(m_i)$
m_1	2400	24
m_2	2600	26
m_3	3300	28
m_4	3700	42

i. Bestimmen Sie die Menge $H = \{m_i \in M \mid g(m_i) > 2400 \wedge a(m_i) \leq 30\}$ und erklären Sie die Bedeutung der Menge verbal.

ii. Berechnen Sie für $m_i \in M$ die Zahl $\frac{1}{|M|} \cdot \sum_{i=1}^{4} g(m_i)$ und geben Sie ihre inhaltliche Bedeutung an.

Ausführung Beispiel 1:

Ausführung Beispiel 1:

Lösung:

a) $L = \left[\frac{1}{5};\ \infty\right[$

b) $H = \{m_2, m_3\}$; Angestellte, deren Gehalt höher als 2400 ist und die höchstens 30 Jahre alt sind. $\frac{1}{|M|} \cdot \sum_{i=1}^{4} g(m_i) = \frac{1}{4} \cdot (2400 + 2600 + 3300 + 3700) = 3000$. Durchschnittsgehalt aller vier Angestellten.

2. Gegeben sind die Matrizen A, b und C^T mit

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & -4 \end{pmatrix}, \; b = \begin{pmatrix} 13 \\ -6 \\ 15 \end{pmatrix}, \; C^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

a) (8 Punkte) Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems $Ax = b$ mit dem Gauß-Algorithmus!

b) (3 Punkte) Berechnen Sie $A \cdot C$, falls möglich!

Ausführung Beispiel 2:

Ausführung Beispiel 2:

Lösung:

a) $x = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $A \cdot C = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 4 & 12 \\ -2 & 16 \end{pmatrix}$

3. Eine Erdgaslagerstätte enthält zu Beginn eines Jahres 1280 Millionen m^3 Erdgas. Es werden nun jährlich 50% des zum jeweiligen Jahresbeginn noch vorhandenen Gases gefördert.

   a) (4 Punkte) Stellen Sie die jährlich geförderten Mengen Erdgas durch einen geeigneten Folgenterm dar. Berechnen Sie mit Hilfe dieses Terms, wie viel Erdgas im siebenten Jahr gefördert wird.

   b) (6 Punkte) Bestimmen Sie die zur Folge aus a) zugehörige Reihe, indem Sie die Partialsummen S_n berechnen und bestimmen Sie damit die in den ersten sieben Jahren insgesamt geförderte Menge Gas.

   c) (2 Punkte) Berechnen Sie den Grenzwert der Partialsummen und interpretieren Sie den erhaltenen Wert.

   Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

Lösung:

a) $a_n = 1280 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ oder $a_n = 640 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$; $a_7 = 10\ m^3$.

b) $s_n = 640 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}$; $s_7 = 1270\ m^3$.

c) $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(640 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}\right) = 640 \cdot 2 = 1280$. Letztendlich wird die gesamte vorhandene Menge Gas gefördert.

4. Der Grenzgewinn eines Unternehmens ist durch die folgende Funktion beschrieben:

$$G'(x) = -6x^2 - 6x + 36$$

Die Preis-Absatz-Funktion ist ebenfalls bekannt:

$$p(x) = -x^2 - 6x + 72$$

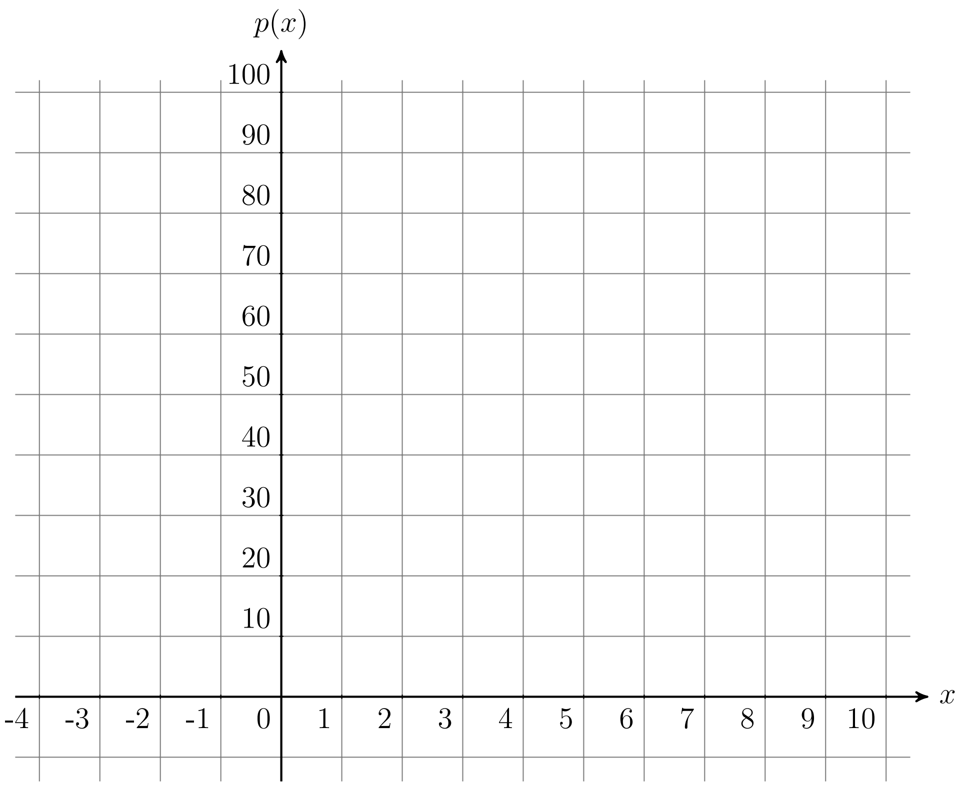
Der maximale Gewinn des Unternehmens beträgt 36 GE (Geldeinheiten).

a) (4 Punkte) Bestimmen Sie eine ökonomisch sinnvolle Definitionsmenge von $p(x)$ und skizzieren Sie die Funktion in unten stehendem Koordinatensystem.

b) (7 Punkte) Wie lautet die Gewinnfunktion des Unternehmens?

c) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Kostenfunktion.

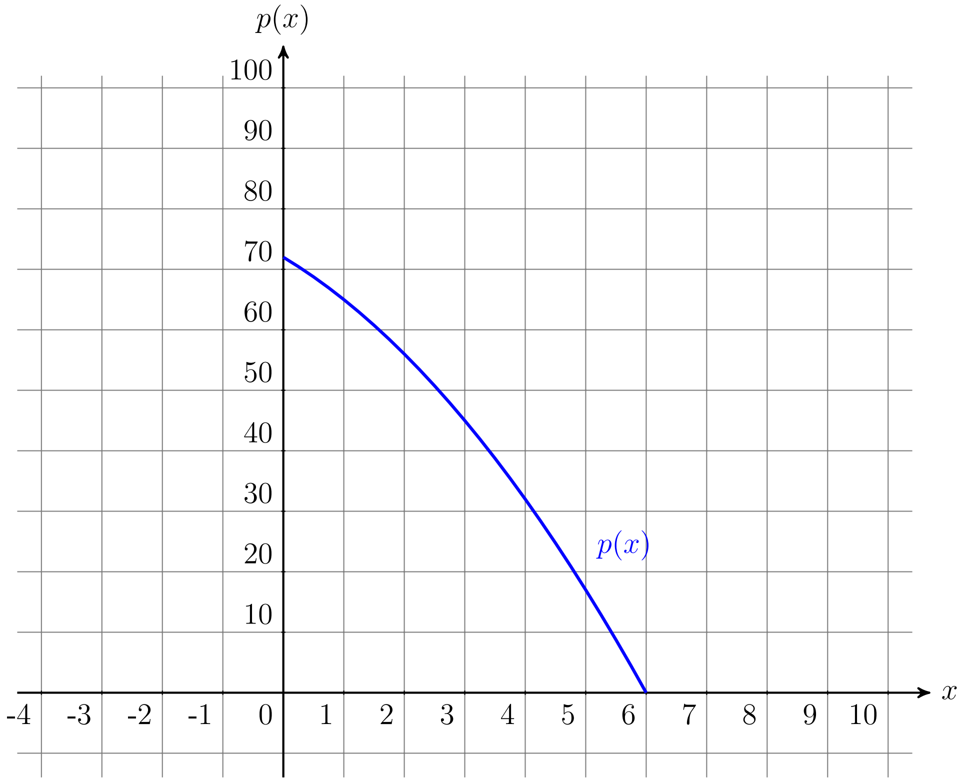
Ausführung Beispiel 4:



Ausführung Beispiel 4:

Lösung:

a) $D = [0; 6]$



b) $G(x) = -2x^3 - 3x^2 + 36x - 8$

c) $K(x) = x^3 - 3x^2 + 36x + 8$

5. Gegeben ist die Funktion

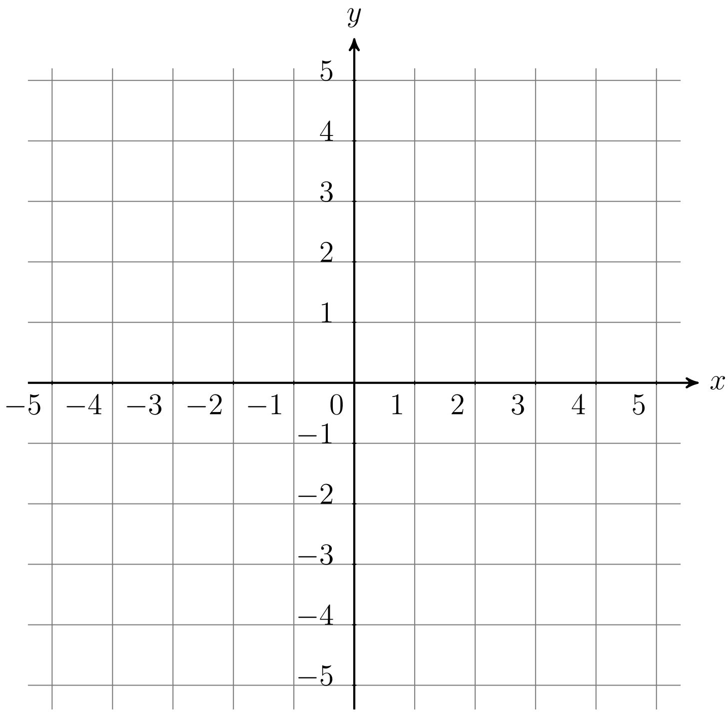
$$f(x,y) = \left(x^2 - 1\right) \cdot (1 - x - y)$$

a) (3 Punkte) Skizzieren Sie die Isoquante dieser Funktion zum Wert $c = 0$ in unten stehendem Koordinatensystem!

b) (5 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Stellen der Funktion!

c) (4 Punkte) Bestimmen Sie für alle stationären Stellen, die nicht auf den Koordinatenachsen liegen, ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt!

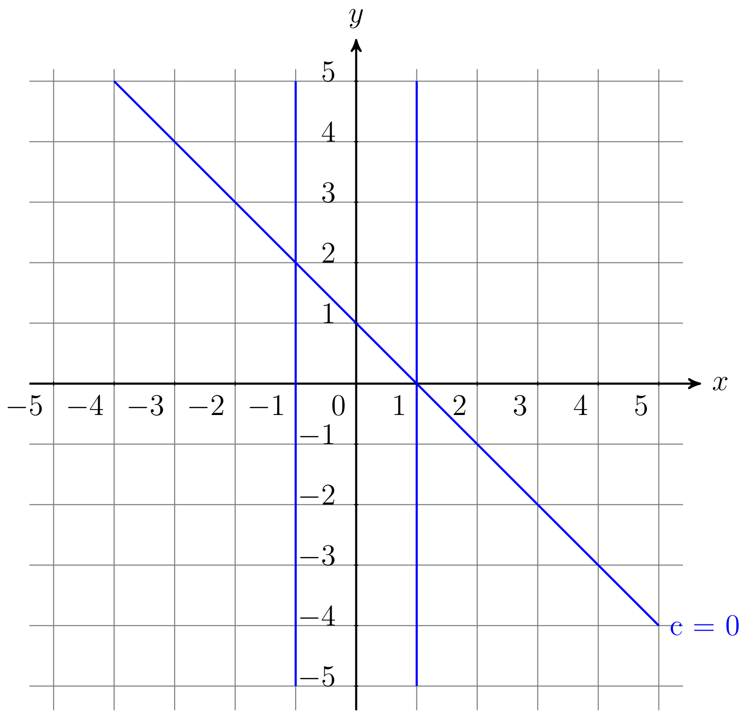
Ausführung Beispiel 5:



Ausführung Beispiel 5:

Lösung:

a)



b) $STS_1(-1, 2)$; $STS_2(1, 0)$

c) $STS_1(-1, 2)$ Sattelpunkt