

Statistik – Übungen WS 2025

Blatt 3: Schließende Statistik

Parameterschätzung, Konfidenzintervalle

1. Lebensmittelpackungen werden normalerweise durch Maschinen abgefüllt, bei denen die Soll-Füllmenge eingestellt werden kann. Die Menge, die tatsächlich abgefüllt wird, wird allerdings in der Regel ein wenig variieren. Da die tatsächlichen Füllmengen aus Verbraucherschutzgründen nicht zu stark von der Soll-Füllmenge abweichen dürfen, führen die staatlichen Eichämter Kontrollen anhand von zufälligen Stichproben durch. Die Einhaltung der Soll-Füllmenge soll durch die Schätzung des Mittelwertes inklusive der Berechnung eines Konfidenzintervalls überprüft werden.

Eine Molkerei liefert an eine Lebensmittelkette jeden Werktag 50.000 Flaschen Milch mit einer Soll-Füllmenge von je 1.000 ml.

Der letzten Lieferung wurden 25 Flaschen entnommen; in dieser Stichprobe betrug die durchschnittliche Füllmenge $\bar{x} = 1000,55$ ml. Aufgrund zahlreicher Kontrollen weiß man, dass die Ist-Füllmenge normalverteilt ist mit einer Standardabweichung von $\sigma = 10$ ml.

- a) Bestimmen Sie ein zweiseitiges 95 %-Konfidenzintervall für die durchschnittliche Füllmenge der 50.000 Flaschen.
b) Bestimmen Sie ein nach unten begrenztes 95 %-Konfidenzintervall für μ .
c) Angenommen man möchte erreichen, dass das zweiseitige 95 %-Konfidenzintervall höchstens 2 ml breit ist. Welcher Stichprobenumfang wäre dazu nötig?
2. **P 28** Eine Streaming-Plattform möchte das Durchschnittsalter ihrer aktiven Nutzer ermitteln. Dazu werden zufällig 600 Nutzer ausgewählt und deren Alter erfasst. Die Ergebnisse der Erhebung sind in der folgenden Häufigkeitstabelle dargestellt:

Alter	20	25	28	30	31	38	45	48	49	54	59
Anzahl	50	61	69	72	78	90	60	51	29	22	18

- a) Berechnen Sie ein zweiseitiges 95 %-Konfidenzintervall für das Durchschnittsalter der Nutzer unter der Annahme, dass das Alter der Nutzer normalverteilt mit einer Varianz von $\sigma^2 = 100$ ist.
b) Wie lautet das zweiseitige 95 %-Konfidenzintervall, wenn derselbe Schätzwert für den Mittelwert \bar{x} wie in a) aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 20$ ermittelt wurde?

3. Bei einem Statistikkurztest wurde die Bearbeitungszeit der gestellten Aufgaben bei einer Gruppe von 10 Studierenden gemessen. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Bearbeitungszeiten stochastisch unabhängig und identisch normalverteilt sind. Es ergaben sich folgende Werte (Angaben in Minuten):

36	42	31	41	33	44	28	36	29	31
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- a) Geben Sie einen Schätzwert für die zu erwartende durchschnittliche Bearbeitungszeit an.
- b) Bestimmen Sie ein zweiseitiges 90 %-Konfidenzintervall für die durchschnittliche Bearbeitungszeit eines Statistik-Kurztests.
- c) Wie ändert sich (bei ansonsten unveränderten Bedingungen) das in b) berechnete Konfidenzintervall, wenn
- bei 100 Studierenden gemessen wird
 - bei 10 Studierenden ein 95 %-Konfidenzintervall bestimmt wird? (Nur Begründung, keine Rechnung!)
4. **P 29** Eine Maschine produziert Fahrradschläuche mit einem Durchmesser von 40 cm. Man weiß aus Erfahrung, dass der Durchmesser der produzierten Fahrradschläuche normalverteilt ist. Um zu kontrollieren, ob die Maschine noch richtig eingestellt ist, werden 25 Fahrradschläuche zufällig ausgewählt und deren Durchmesser gemessen. Die Stichprobe ergibt einen mittleren Durchmesser von 40,5 cm und eine Stichprobenstandardabweichung von 1,5 cm.
- a) Bestimmen Sie ein zweiseitiges 99 %-Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Durchmesser der Fahrradschläuche.
- b) Angenommen, die Standardabweichung der Durchmesser in der Grundgesamtheit beträgt 2 cm. Wie groß muss der Stichprobenumfang gewählt werden, damit die Breite des 99 %-Konfidenzintervalls maximal 1 cm beträgt?

5. Vor den Wahlen möchte man den relativen Anteil der Wähler einer bestimmten Partei an der Gesamtheit aller Wähler feststellen. Im Zuge einer Umfrage gaben 234 von 1000 befragten Personen an, Partei A wählen zu wollen. Bei der darauffolgenden Wahl lag der tatsächliche Anteil der Personen, die die Partei A gewählt haben, bei 29,5 %.
- Ermitteln Sie auf Basis dieses Umfrageergebnisses ein symmetrisches 95 %-Konfidenzintervall für den (unbekannten) Stimmenanteil der Partei A und geben Sie an, ob der tatsächliche Anteil in diesem Intervall enthalten ist.
 - Welchen Stichprobenumfang würden Sie in der Vorbereitungsphase der Erhebung empfehlen, wenn noch keine Informationen über den Stimmenanteil der Partei A vorliegen und die Forderung gestellt ist, dass das Konfidenzintervall höchstens die Länge 0,08 bei einem Konfidenzniveau von 0,95 haben soll?
 - Sie lesen in einer Zeitschrift, dass in einer anderen Umfrage in einer Stichprobe von $n = 600$ Befragten ein empirischer Anteil von $p = 30\%$ erhoben wurde, und dass daraus abgeleitet werden kann, dass der unbekannte Anteil in der Grundgesamtheit daher durch ein Intervall von 29 % bis 31 % abgedeckt wird. Welches Konfidenzniveau würde sich daraus ergeben?
6. **P 30** Mittels einer Umfrage soll geklärt werden, welcher Anteil der österreichischen Bevölkerung einer Mitgliedschaft bei der NATO zustimmt.
- Wie groß muss der Stichprobenumfang gewählt werden, um den Anteilswert (bei einem Signifikanzniveau von 95 %) auf ± 5 Prozentpunkte genau zu schätzen, wenn kein Vorwissen über den tatsächlichen Anteil vorliegt?
 - Wie ändert sich der erforderliche Stichprobenumfang, um den Anteilswert (bei einem Signifikanzniveau von 95 %) auf ± 5 Prozentpunkte genau zu schätzen, wenn Vorwissen über den tatsächlichen Anteil besteht? Erhöht sich der Stichprobenumfang, verringert er sich oder bleibt er gleich? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hypothesentests – parametrische Einstichprobentests

7. Die beim USI Fest ausgeschenkte Füllmenge X der Biergläser wird als normalverteilt mit einer Standardabweichung von $\sigma = 12$ ml angesehen. Um zu überprüfen, ob die mittlere Füllmenge von 500 ml noch eingehalten wird, werden zehn abgefüllte Gläser zufällig ausgewählt und die Füllmenge kontrolliert. Die Stichprobe lieferte die folgenden Werte (Angaben in ml):

471	501	490	510	473	512	486	504	481	494
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0,1$ die Nullhypothese

$$H_0 : \mu = 500 \text{ gegen } H_1 : \mu \neq 500$$
- Innerhalb welcher Grenzen muss der beobachtete Mittelwert liegen, damit die Nullhypothese akzeptiert wird?

8. **P 31** Eine Studie untersucht die durchschnittliche tägliche Bildschirmzeit von Jugendlichen in einer bestimmten Region. Laut einer früheren Untersuchung beträgt die durchschnittliche Bildschirmzeit 3,3 Stunden pro Tag. Um zu überprüfen, ob die Bildschirmzeit in der Region gesunken ist, wird eine Stichprobe von $n = 16$ Jugendlichen befragt. Die Ergebnisse der Stichprobe zeigen eine durchschnittliche Bildschirmzeit von 3,15 Stunden pro Tag. Es wird angenommen, dass die Bildschirmzeiten normalverteilt sind, mit einer Standardabweichung von $\sigma = 0,3$.

- Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % davon ausgehen, dass die durchschnittliche Bildschirmzeit der Jugendlichen in der Region geringer ist als der bisherige Durchschnitt?
- Bei welchem Signifikanzniveau wird die unter a) betrachtete Nullhypothese gerade noch abgelehnt?

9. **P 32** Bei der Messung des Laktosegehaltes von Rohmilch werden folgende Werte (in %) gemessen:

4,46	4,39	4,88	4,71	4,73	5,12	5,03
4,54	4,94	5,09	5,18	4,76	4,32	5,01

Gehen Sie davon aus, dass der Laktosegehalt in Rohmilch näherungsweise normalverteilt ist.

- Lässt sich mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$ zeigen, dass der mittlere Laktosegehalt ungleich 5 % ist?
 - Testen Sie mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$ die Nullhypothese, dass der mittlere Laktosegehalt größer gleich 5 % ist.
10. Eine Verbraucherzentrale möchte überprüfen, ob ein bestimmtes Medikament Übelkeit bei den Konsumentinnen und Konsumenten auslöst. In einer Studie mit zehn Personen wird bei sieben Personen nach dem Genuss dieses Medikaments eine auftretende Übelkeit registriert.
- Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,05$ die statistische Nullhypothese, dass der Anteil der Personen mit Übelkeitssymptomen nach dem Genuss dieses Produkts in der Grundgesamtheit höchstens 50 % beträgt.
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Stichprobe mit 10 Personen bei mindestens 7 nach dem Genuss des Medikaments eine auftretende Übelkeit registriert wird, wenn in Wirklichkeit (d. h. in der Grundgesamtheit) der Anteil der Personen mit Übelkeitssymptomen nach dem Genuss dieses Produkts 50 % beträgt (p-Value)?

11. **P 33** Im Rahmen einer repräsentativen Bevölkerungsbefragung in der Steiermark wurden 20 zufällig ausgewählte Personen befragt, ob sie Ökostrom beziehen. Von den Befragten antworteten 5 Personen mit „Ja“. Es wird vermutet, dass der Anteil der Ökostrom-Bezieher in der Steiermark geringer ist als 49 %. Lässt sich diese Vermutung statistisch zeigen?

- Formulieren Sie die Null- und die Alternativhypothese.
- Bestimmen Sie die Testgröße und den p-Wert unter der Annahme, dass die Anzahl der Ja-Antworten einer Binomialverteilung folgt.
- Wie würden Sie bei einem Signifikanzniveau von ($\alpha = 0,05$) entscheiden? Begründen Sie Ihre Antwort.

Zweistichprobentests, parametrisch

12. Eine Molkerei produziert unter anderem zwei unterschiedliche Milchvarianten: Vollmilch mit 3,5 % Fettgehalt, sowie fettarme Milch mit einem Fettgehalt von 1,5 %. Bei einer Analyse der beiden Varianten ergaben sich über acht Wochen folgende Verkaufszahlen für 1-Liter-Packungen:

Vollmilch (X)	9170	7540	8456	9852	7990	8754	8853	8741
Fettarme Milch (Y)	8723	8140	8012	9285	7842	7663	8215	8146

Zudem ergab die statistische Analyse, dass die Verkaufszahlen jeweils als Realisationen einer normalverteilten Zufallsgröße aufgefasst werden können.

- Prüfen Sie auf einem Signifikanzniveau von 0,05 mit Hilfe eines geeigneten Verfahrens, ob die Varianzen der wöchentlichen Verkaufszahlen gleich sind.
 - Lässt sich mit einem Signifikanzniveau von 0,05 zeigen, dass die wöchentlichen Verkaufszahlen bei fettarmer Milch im Durchschnitt signifikant niedriger ausfallen als bei Vollmilch?
 - Bestimmen Sie den p-Value zu Aufgabe b).
13. **P 34** Ein Hersteller von Elektroautos möchte prüfen, ob eine neue Software-Version die Reichweite der Fahrzeuge verbessert hat. Bei einer Stichprobe von 10 Autos mit der alten Software wurde folgende Reichweite pro Akkuladung (in km) gemessen:

412	405	410	409	403	414	406	411	408	402
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Bei einer Stichprobe von 8 Autos mit der neuen Software ergaben sich folgende Reichweiten:

422	412	415	419	409	412	420	416
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test auf einem Signifikanzniveau von 0,05, ob die neue Software-Version die durchschnittliche Reichweite tatsächlich erhöht hat. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Messwerte Realisierungen unabhängiger Normalverteilungen sind und dass sich die Varianz durch die Software-Änderung nicht verändert hat.

14. Ein Immobilienunternehmen analysierte den Mietpreis (Stand: zweites Quartal 2023) von Zwei-Zimmer-Wohnungen in vergleichbarer Wohnlage in Wien und in Graz. Eine Datenanalyse der Stichproben ergab zudem, dass der Mietpreis einer Zwei-Zimmer-Wohnung jeweils als eine Realisation einer normalverteilten Zufallsgröße aufgefasst werden kann und man nicht von Varianzhomogenität ausgehen kann.

Welcher Test ist anzuwenden, wenn man überprüfen soll, ob in beiden Mietwohnungsmärkten ein gleiches durchschnittliches Niveau hinsichtlich der Mietpreise existiert? Begründen Sie ausführlich! Wie sind die Hypothesen zu formulieren?

15. **P 35** Zwei Medikamente X und Y werden an jeweils 10 (verschiedenen) Versuchspersonen getestet. Die Patienten der ersten Gruppe, die mit Medikament X behandelt wurden, waren durchschnittlich 22,8 Tage krank, die Stichprobenstandardabweichung betrug $s_1 = 2$ Tage. Die Patienten der zweiten Gruppe, die mit Medikament Y behandelt wurden, waren durchschnittlich 21,6 Tage krank, die Stichprobenstandardabweichung betrug $s_2 = 5$ Tage.

Eine Datenanalyse der Stichproben ergab zudem, dass die Messwerte jeweils als eine Realisation einer normalverteilten Zufallsgröße aufgefasst werden können.

- Testen Sie mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$, ob die Varianzen der Krankheitsdauern gleich sind.
- Welcher statistische Test ist anzuwenden, um zu überprüfen, ob die Krankheitsdauer der Patienten, die mit Medikament Y behandelt wurden, kürzer ist als die der Patienten, die mit Medikament X behandelt wurden? Begründen Sie Ihre Wahl des Tests unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus Aufgabe a). Formulieren Sie die Null- und Alternativhypothese für diesen Test. (Eine Durchführung dieses Tests ist nicht erforderlich.)

16. Um den Einfluss der Bereifung auf den Treibstoffverbrauch von Pkws zu untersuchen, wurden 10 Fahrzeuge zunächst mit Reifensorte X ausgestattet und der Treibstoffverbrauch auf 100 km gemessen. Auf dieselben Fahrzeuge wurden dann die Reifen der Sorte Y montiert und erneut der Treibstoffverbrauch gemessen. Die dabei erhobenen Daten sind in folgender Tabelle zusammengefasst (in Liter pro 100 km):

Pkw ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	11,1	9,1	8,0	11,4	8,9	7,6	8,7	6,8	9,9	7,5
Y	10,4	8,7	7,8	10,3	9,1	7,3	7,9	6,2	8,4	6,8

Lässt sich damit bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ statistisch nachweisen, dass der Treibstoffverbrauch bei Verwendung von Reifensorte Y niedriger ist als bei Verwendung von Sorte X wenn angenommen werden kann, dass der Treibstoffverbrauch in der Grundgesamtheit normalverteilt ist?

17. **P 36** Es soll untersucht werden, ob ein spezielles Anti-Stress-Training die wahrgenommene Stressbelastung von Berufstätigen signifikant reduziert. Dazu wurde eine Gruppe von 10 Personen vor (X) und nach (Y) der Teilnahme am Training befragt. Die Stressbelastung wurde auf einer metrischen Skala von 1 (sehr niedrig) bis 10 (sehr hoch) gemessen. Für jede Person wurde die Differenz zwischen der Stressbelastung nach und vor dem Training berechnet ($d_i = y_i - x_i$).

Die Analyse der Differenzen ergab folgende Kennwerte:

Mittelwert der Differenzen:	-0,47
Standardabweichung der Differenzen:	0,45

Die Datensätze werden als einfache Zufallsstichproben aus normalverteilten Grundgesamtheiten unterstellt. Testen Sie mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ ob das Anti-Stress-Training die wahrgenommene Stressbelastung signifikant reduziert.

Zweistichprobentests, nicht parametrisch

18. An der SOWI-Fakultät der KF-Uni Graz nahmen im Sommersemester 2021 insgesamt 160 Studierende aus dem Studiengang Betriebswirtschaftslehre und insgesamt 50 Studierende aus dem Studiengang VWL an der (einheitlichen) Klausur „Statistik“ teil. Um vorab statistisch zu prüfen, ob es wesentliche Unterschiede im Niveau der von den Klausurteilnehmern erreichten Punktzahlen gibt, wurden zunächst die Klausuren von jeweils sechs zufällig ausgewählten Teilnehmenden der beiden Studiengänge korrigiert. Die Tabelle beinhaltet die erreichten studiengangspezifischen Punktzahlen:

BWL	42	65	53	40	67	33
VWL	41	71	69	80	47	91

Erfahrungsgemäß können erreichte Punktzahlen in einer Statistik-Klausur nicht als Realisationen einer normalverteilten Zufallsgröße angesehen werden.

- Prüfen Sie mit Hilfe eines geeigneten Tests auf einem Signifikanzniveau von 0,1 die folgende Ausgangshypothese: „In beiden Studiengängen existiert ein gleiches mittleres Niveau in der Anzahl der von den Teilnehmenden erreichten Punkte.“
- Bestimmen Sie den p-Wert der Aufgabe a). Wie würden Sie bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$ entscheiden?

19. **P 37** In einer experimentellen Studie soll untersucht werden, ob die Umgebung einen Einfluss auf die kognitive Leistungsfähigkeit hat. Dazu wurden die Reaktionszeiten von Probanden gemessen, die in einer visuellen Suchaufgabe ein spezifisches Symbol in einer Reihe ähnlicher Symbole identifizieren mussten. Die Aufgabe wurde in zwei unterschiedlichen Umgebungen durchgeführt: in einer ruhigen und in einer lauten Umgebung. Die gemessenen Reaktionszeiten (in Sekunden) sind:

Ruhige Umgebung:	35	49	39	46	33	50		
Laute Umgebung:	55	52	48	40	51	47	41	34

Lässt sich mit einem Signifikanzniveau von 0,05 zeigen, dass die Reaktionszeit in der ruhigen Umgebung signifikant kürzer ist als in der lauten Umgebung? Testen Sie ohne Annahme von Normalverteilung.

20. Es soll untersucht werden, ob die Konzentrationsleistung von Studierenden durch die Teilnahme an einem Yoga-Kurs besser wird. Dazu wird den Studierenden vor und nach einer Trainingsphase ein Konzentrationsleistungstest vorgegeben, bei dem sie folgende Punktzahlen erreichen:

Studierender	A	B	C	D	E	F	G	H	I
vorher:	23	23	21	22	21	29	22	31	27
nachher:	24	27	26	22	24	27	30	29	32

Prüfen Sie mit Hilfe eines geeigneten Tests auf einem Signifikanzniveau von 0,05, ob die Teilnahme an einem Yoga-Kurs eine Verbesserung der Konzentrationsleistung bewirkt.

21. **P 38** In einer soziologischen Studie wird untersucht, ob die Reduktion des Medienkonsums vor dem Schlafengehen die Schlafdauer signifikant beeinflusst. Dazu wurde eine Gruppe von 11 Personen gebeten, ihren Medienkonsum (z. B. Smartphone, Fernsehen) vor dem Schlafengehen für zwei Wochen zu reduzieren. Die Schlafdauer (in Stunden) wurde vor (X) und nach (Y) der Reduktion des Medienkonsums gemessen. Die dabei erhaltenen Werte sind in nachfolgender Tabelle dargestellt:

ID	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$X:$	6	5,5	6,5	7	5	6	6,5	5	5,5	6	5
$Y:$	7	6,5	6	7	6	6,5	5	7	5	6	6,5

Testen Sie ohne Annahme von Normalverteilung auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$, ob die Reduktion des Medienkonsums vor dem Schlafengehen zu einer signifikanten Veränderung der Schlafdauer führt.

Tests auf Zusammenhang

22. (Siehe Blatt 1, Beispiel 18) In einem Experiment zur Wirkung von Musik auf die Ausgabebereitschaft beim Einkauf in einem Supermarkt wurden 100 Kunden zufällig ausgewählt. Ein Teil der Kunden tätigte seine Einkäufe an Tagen, an denen im Supermarkt keine "Hintergrundmusik" eingespielt wurde. Der andere Teil an einem Tag, an dem der Einkauf durch Musik und Werbeansagen begleitet wurde. Jeder Kunde wurde hinsichtlich der Gesamtsumme der getätigten Einkäufe in eine der drei Gruppen der Ausgabebereitschaft (hoch, mittel und gering) eingeordnet. Es ergab sich folgende (bivariate) Verteilung:

		Ausgabebereitschaft		
Ambiente		gering	mittel	hoch
Mit Musik	8	16	21	
	24	20	11	

Ist die Ausgabebereitschaft unabhängig vom Ambiente? Formulieren Sie die Hypothesen und führen Sie den entsprechenden Test zum Signifikanzniveau von 10 % durch.

23. **P 39** Im Rahmen einer Online-Befragung zur Zufriedenheit mit sozialen Netzwerken wurden insgesamt 400 Personen aus verschiedenen Altersgruppen befragt. Dabei wurden sowohl das Alter der Befragten als auch ihr Grad der Zufriedenheit mit den genutzten Social-Media-Angeboten erfasst.

- Von den befragten Personen waren 120 jünger als 31 Jahre, 130 gehörten zur Altersgruppe zwischen 31 und 59 Jahren.
 - Innerhalb der Gruppe der maximal 30-Jährigen gaben 45 an, mit den sozialen Medien sehr zufrieden zu sein, 35 waren zufrieden.
 - Bei den 31- bis 59-Jährigen zeigten sich 40 sehr zufrieden.
 - Unter den Befragten ab 60 Jahren waren 55 sehr zufrieden und 25 weniger zufrieden mit ihrem Social-Media-Erlebnis.
 - Insgesamt äußerten sich 150 Personen zufrieden über die Social-Media-Angebote.
- Tragen Sie die entsprechenden absoluten Häufigkeiten in die nachstehende Tabelle ein und bilden Sie alle Zeilen- und Spaltensummen.
 - Lassen diese Daten darauf schließen, dass Grad der Zufriedenheit mit den genutzten Social-Media-Angeboten vom Alter der Befragten abhängt?
- Die berechnete Testgröße beträgt $t_0 = 7,268$. Formulieren Sie Null- und Alternativhypothese. Wie entscheiden Sie auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,05$?

Grad der Zufriedenheit mit Social Media			
Altersgruppe	sehr zufrieden	zufrieden	weniger zufrieden
14 bis 30 Jahre			
31 bis 59 Jahre			
60+ Jahre			

Anpassungstests

24. Die Eintrittskarten für ein Sommerkonzert wurden an den Kassen K1, K2, K3, K4 und K5 vertrieben. Vor Beginn des Verkaufs erhielt jede Kasse die gleiche Anzahl von Karten. In der Pause des Konzertes wird eine Umfrage unter 120 zufällig ausgewählten Besucherinnen und Besuchern durchgeführt. Dabei wird u.a. die Frage gestellt, an welcher Kasse die jeweilige Person ihre Eintrittskarte erworben hat. Die Auswertung zeigt folgendes Resultat:

Erwerb an Kassa	K1	K2	K3	K4	K5
Anzahl der Besucher	30	15	26	17	32

Testen Sie mit Hilfe eines geeigneten Verfahrens auf einem Signifikanzniveau von 0,05, ob dieses Ergebnis gegen die Annahme spricht, dass die Zahl der insgesamt verkauften Karten gleichmäßig auf die Kassen K1, K2, K3, K4 und K5 verteilt ist. Formulieren Sie die Hypothesen, geben Sie den Wert der Testgröße und die Testentscheidung an und interpretieren Ihr Ergebnis sowohl statistisch als auch kontextbezogen.

25. **P 40** Am 24. November 2024 fanden die Landtagswahlen in der Steiermark statt. Die tatsächlichen Wahlergebnisse, gemessen am prozentualen Anteil der gültigen Stimmen, verteilten sich wie folgt:

ÖVP	SPÖ	FPÖ	Grüne	KPÖ	NEOS
26,8	21,4	34,8	6,3	4,6	6,1

Ein halbes Jahr nach den Landtagswahlen möchte ein Forschungsinstitut die aktuellen Wahlausichten der Bürgerinnen und Bürger untersuchen. Ziel ist es, festzustellen, ob die Verteilung der Stimmen weiterhin den ursprünglichen Wahlergebnissen entspricht. Das Institut führt eine repräsentative Umfrage mit 1.000 Teilnehmerinnen und Teilnehmern durch. Die Umfrage ergab folgende beobachtete Stimmenzahlen:

ÖVP	SPÖ	FPÖ	Grüne	KPÖ	NEOS
277	220	326	71	53	53

Es soll mithilfe eines geeigneten statistischen Tests überprüft werden, ob die Ergebnisse aus der Umfrage noch der Verteilung der tatsächlichen Wahlergebnisse der Landtagswahl entsprechen. Testen Sie auf einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,1$.

26. Ein Hersteller von TV-Geräten versucht durch eine technische Verbesserung, den Energieverbrauch von 65-Zoll LED-Geräten zu verringern. Zur Überprüfung wird eine Stichprobe von 10 Geräten mit alter Technik und 8 Geräten mit neuer Technik gezogen und der jeweilige Energieverbrauch gemessen (jeweils in kWh/Jahr). Es soll überprüft werden, ob die technische Verbesserung tatsächlich den Energieverbrauch verringert hat.

Ein Jarque-Bera-Test mit $\alpha = 0,05$ auf Normalverteilung ergab für die Daten der Stichprobe der Geräte mit alter Technik einen p-Value von $p_{alt} = 0,280$, für die Geräte mit neuer Technik einen p-Value von $p_{neu} = 0,125$.

Weiters ergab ein F-Test einen Testwert von $t_0 = 4,501$ mit einem kritischen Bereich $K = [0; 0,24[\cup]4,82; \infty[$.

Welcher Test ist durchzuführen, wenn man überprüfen möchte, ob die technische Verbesserung tatsächlich den Energieverbrauch verringert hat? Formulieren Sie geeignete Hypothesen und begründen Sie! Der Test selbst muss nicht durchgeführt werden.

Die mit **P** gekennzeichneten Beispiele sind von den Studierenden vorzubereiten und nach Aufruf durch die Lehrveranstaltungsleitung zu präsentieren!