

Statistik Vorlesung

05. Juli 2022

Dauer der Prüfung: 100 Minuten

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: Skriptum des Instituts, nicht-graphikfähiger Taschenrechner

VERBOTEN: alle sonstigen Unterlagen, graphikfähiger Taschenrechner, Handys

Bei den Single-Choice-Fragen bringt eine richtige Antwort 2 Punkte und eine falsche 1 Punkt Abzug.
Es gibt keine negative Punktemitnahme in ein anderes Beispiel.

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	10	
3	20	
4	20	
5	30	
6	8	
Summe	100	
Note		

1. (12 Punkte)

a) Innerhalb der Spannweite liegen halb so viele Beobachtungen wie innerhalb des Quartilsabstandes.

Richtig

Falsch

b) $Cov(X, X)$ ist ident mit der Varianz X .

Richtig

Falsch

c) Bei einer stetigen Zufallsvariable X gilt stets: $P(-2 < X \leq 10) = P(-2 \leq X < 10)$

Richtig

Falsch

d) Die Fläche „unter“ der Dichtefunktion einer beliebigen, stetigen Zufallsgröße ist gleich 1.

Richtig

Falsch

e) Ein Schätzer ist erwartungstreu, wenn seine Varianz bei zunehmendem Stichprobenumfang immer kleiner wird.

Richtig

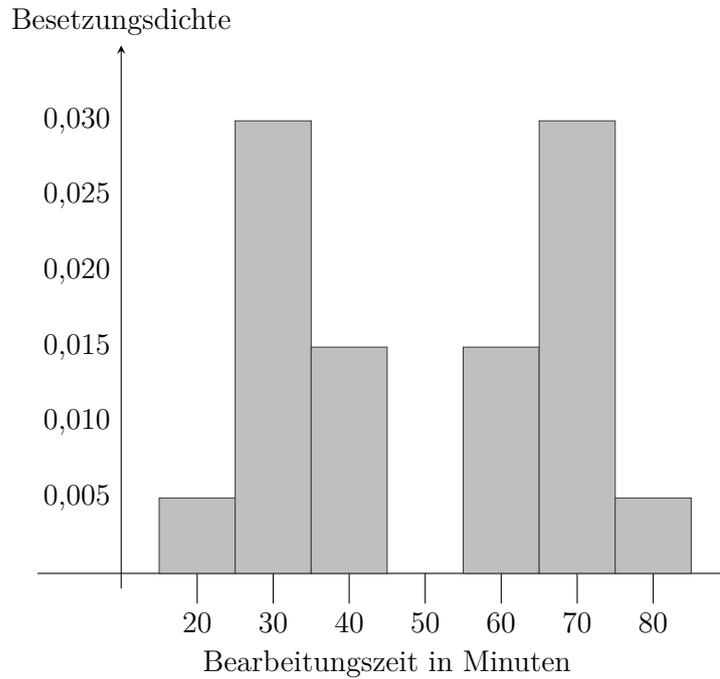
Falsch

f) Das angepasste Bestimmtheitsmaß kann kleiner als 0 sein.

Richtig

Falsch

2. (10 Punkte) Der Speditionsangestellte Günter muss die Zollpapiere der ankommenden LKWs aus Drittstaaten ausfüllen und beim Zollamt einreichen. Die Bearbeitungszeit je Zollantrag wird von der benutzten Software automatisch aufgezeichnet. Zur Effizienzkontrolle erstellt sich Günter für 100 Zollanträge der vorigen Woche ein Histogramm der Bearbeitungszeit. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?



- a) 1,5 % der Bearbeitungszeiten liegen zwischen 35 Minuten und 45 Minuten.
 Richtig Falsch
- b) Der Modalwert und der Mittelwert der Bearbeitungszeit sind gleich groß.
 Richtig Falsch
- c) Die Hälfte der Bearbeitungen benötigt länger als eine dreiviertel Stunde.
 Richtig Falsch
- d) Die Schiefe der Bearbeitungszeit beträgt 0.
 Richtig Falsch
- e) Die Spannweite beträgt 60 Minuten.
 Richtig Falsch

3. Bei einer Studie zur Vermögensverteilung in Österreich wurden folgende Werte erhoben bzw. geschätzt und die Bevölkerung in Abhängigkeit ihres Vermögens folgenden Klassen zugeordnet:

Klasse	Vermögen je Klasse [Mrd. Euro]	Personen je Klasse	Klassengrenzen [Euro]
Untere 50 %	59	4.500.000	$0 \leq \text{bis} < 26.222$
Mittelschicht	744	3.600.000	$26.222 \leq \text{bis} < 387.111$
obere Mittelschicht	222	450.000	$387.111 \leq \text{bis} < 599.556$
Reich	367	360.000	$599.556 \leq \text{bis} < 1.439.333$
Top 1 %	948	90.000	$1.439.333 \leq \text{bis} < 19.627.334$

- a) (6 Punkte) Stellen Sie diese Daten (**Spalten: Klasse und Vermögen je Klasse**) graphisch dar und geben Sie in der Graphik den prozentualen Anteil jeder Klasse am Gesamtvermögen an! (Runden Sie auf eine Kommastelle!)
- b) (6 Punkte) Zeichnen Sie auf Basis obiger Daten die Verteilungsfunktion bezüglich der individuellen Vermögen (**Spalten: Personen je Klasse und Klassengrenzen**)!
- c) (8 Punkte) Zeichnen Sie auf Basis obiger Daten (**Spalten: Personen je Klasse und Vermögen je Klasse**) eine Graphik zur Illustration der Vermögensungleichheit!

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

4. a) (4 Punkte) Sie sind Besitzer einer Eisdiele und überlegen in den Sommermonaten eine weitere Person anzustellen. Wenn die Wetterlage gut ist und Sie ein schöner Sommer erwartet, können Sie durch die Anstellung einer weiteren Person zusätzliche Einnahmen in Höhe von 3.000 € generieren. Wenn der Sommer regnerisch wird steigen die Einnahmen nur um 400 €. Unabhängig vom Wetter fallen für die Anstellung Ausgaben in Höhe von 1.200 € an. Die Wahrscheinlichkeit für einen schönen Sommer schätzen Sie mit 45 % geringer ein, als die für einen regnerischen Sommer.

		schöner Sommer	regnerischer Sommer
	Wahrscheinlichkeit P	0,45	0,55
Einstellen	zusätzliche Ausgaben	1.200 €	1.200 €
	zusätzliche Einnahmen	3.000 €	400 €
Nicht Einstellen	zusätzliche Ausgaben	0 €	0 €
	zusätzliche Einnahmen	0 €	0 €

Berechnen Sie den Erwartungswert der beiden Optionen und treffen Sie eine Entscheidung!

- b) (6 Punkte) Die Zufallsgröße X unterliegt einer Standardnormalverteilung. Berechnen Sie das 3. Quartil der Standardnormalverteilung und skizzieren Sie die Dichtefunktion mit Erwartungswert, Standardabweichung und dem berechneten Quartil.

Ausführung Beispiel 4ab:

c) (10 Punkte) Eine Zufallsgröße Y ist $N(100; 5)$ -verteilt.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt Y Werte größer als 99 an?
2. Wie hoch ist der Erwartungswert? Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Y genau den Erwartungswert annimmt!
3. Bestimmen Sie den Wert c , für den gilt: $P(Y \geq c) = 0,3$

Ausführung Beispiel 4c:

5. Die kontinuierliche Messung von verschiedenen Luftschadstoffen – wie unter anderem von Ozon und Feinstaub – erfolgt im Rahmen des Luftgütemessnetzes des Amtes der Steiermärkischen Landesregierung.

- a) (5 Punkte) An der Messstation Graz-Schlossberg wurden in den letzten 10 Tagen Ozon-Werte (in Mikrogramm pro Kubikmeter Luft) gemessen. Es ergab sich dabei ein Stichprobenmittelwert von $\bar{x} = 90,38 \mu\text{g}/\text{m}^3$ sowie eine Stichprobenstandardabweichung von $s = 10,267 \mu\text{g}/\text{m}^3$. Gehen Sie davon aus, dass die tägliche Ozonbelastung normalverteilt ist.

Bestimmen Sie ein zweiseitiges 95-%-Konfidenzintervall für die durchschnittliche Ozonbelastung!

- b) An der Station Graz-Süd wurden an fünf Tagen in der ersten Maiwoche und an der in Graz-Ost an fünf Tagen in der zweiten Maiwoche Feinstaubwerte (in Mikrogramm pro Kubikmeter Luft) gemessen. Es ergaben sich dabei folgende Daten:

Messstation Graz-Süd_Feinstaub (X)	17	14	18	24	23
Messstation Graz-Ost_Feinstaub (Y)	24	20	25	22	20

Ein Jarque-Bera-Test mit $\alpha = 0,05$ auf Normalverteilung ergab für die Daten der Station Graz-Süd einen p -Value von $p_{Süd} = 0,280$, für die Daten der Station Graz-Ost einen p -Value von $p_{Ost} = 0,125$.

Es soll nun mittels eines geeigneten Tests auf dem 5-%-Niveau geprüft werden, ob die zu erwartenden Feinstaubwerte in Graz-Ost höher sind als in Graz-Süd.

- (5 Punkte) Welcher Test ist zu wählen und weshalb? Geben Sie eine genaue Begründung an!
- (20 Punkte) Führen Sie alle nötigen Tests auf dem 5-%-Niveau durch und interpretieren Sie Ihr Ergebnis!

Ausführung Beispiel 5:

Ausführung Beispiel 5:

Ausführung Beispiel 5:

6. (8 Punkte) Die Sägewerksbesitzerin Gerhild möchte herausfinden, wie hoch der Abschlag vom aktuellen Preis ist, den die Konkurrenten für Rundholz mit Qualitätsfehlern wie Krümmung, schlechter Schnitt oder dicke Äste verrechnen. Die Daten der Befragung von Kunden verarbeitet sie mit Hilfe einer Regressionsanalyse, wobei der Preisabschlag durch die Merkmale Baumart (Fichte, Lärche, Eiche), Durchmesser (in Zentimetern), und Länge (in Metern) erklärt werden soll.

	Koeffizient	Standardfehler	t-Statistik	P-Wert
Achsenabschnitt	24.08	1.62	14.88	0.00
Durchmesser	-0.11	0.02	-5.38	0.00
Länge	-0.49	0.20	-2.41	0.02
Baumart_Fichte	12.99	0.36	36.09	0.00
Baumart_Lärche	8.41	0.36	23.35	0.00

- Wie hoch ist der mittlere Preisabschlag für Qualitätsmängel bei 5,2 Meter langen und 90 Zentimeter dicken Eichenstämmen?
- Um wieviel ist der Preisabschlag bei Fichten höher als bei Lärchen, wenn die Stämme gleiche Länge und gleichen Durchmesser haben?
- Wie lange ist ein 60 Zentimeter dicker Eichenstamm, wenn Gerhilds Konkurrent für die Qualitätsmängel am Stamm dem Bauer Sepp einen Abschlag von 15 Euro verrechnet?

Ausführung Beispiel 6: