

# Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

27. Jänner 2026

|                       |  |
|-----------------------|--|
| Zuname:               |  |
| Vorname:              |  |
| Matrikelnummer:       |  |
| Taschenrechnermodell: |  |

## Bitte beachten

- Bitte geben Sie am ersten Blatt Ihren Namen sowie die Matrikelnummer und den verwendeten Taschenrechner an!
- Alle Zwischenschritte sind anzugeben und alle Antworten zu begründen.
- Für jedes Beispiel darf nur ein Lösungsweg abgegeben werden.
- Zulässige Hilfsmittel: Nicht-programmierbare Taschenrechner laut Homepage, Formelsammlung des Instituts.
- Arbeitszeit: 90 Minuten.
- Die Angabe darf nicht aufgetrennt werden und es gibt keine Zusatzblätter.
- Aus den Beispielen 1,2 sowie 3,4 müssen jeweils mindestens 6 Punkte erreicht werden!

| Aufgabe          | 1 | 2 | 3 | 4 | Summe |
|------------------|---|---|---|---|-------|
| max. Punkte      | 9 | 7 | 8 | 8 | 32    |
| erreichte Punkte |   |   |   |   |       |

1. (9 Punkte) Eine Fahrradfachhändlerin erzielte die folgenden Quartalsumsätze (in 1000 Euro):

| Jahr               | 2023 |    |    |    | 2024 |    |    |    | 2025 |    |
|--------------------|------|----|----|----|------|----|----|----|------|----|
| Quartal            | 1    | 2  | 3  | 4  | 1    | 2  | 3  | 4  | 1    | 2  |
| Umsatz (in 1000 €) | 18   | 26 | 22 | 30 | 20   | 28 | 24 | 34 | 22   | 30 |

- a) Bestimmen Sie die geschätzten Saisonkomponenten für eine geeignete Periodenlänge und ermitteln Sie damit die saisonbereinigten Umsätze für 2023.
- b) (unabhängig von a.) Ein halblogarithmisches Regressionsmodell für die Umsatzentwicklung der Händlerin lautet  $y_t = 2 \cdot e^{0.12t}$ , wobei  $t = 1$  dem ersten Quartal 2023 entspricht und  $y_t$  in 1000 € gemessen wird. Nehmen Sie nun folgende Saisonkomponenten an:  $S_1 = -5$ ,  $S_2 = 2$ ,  $S_3 = -2.5$ ,  $S_4 = 6$ . Prognostizieren Sie mit diesem Modell unter Berücksichtigung dieser Saisonkomponenten die Umsätze für das dritte Quartal 2028.
- c) Beurteilen Sie kurz, warum hier das additive Saisonmodell plausibler erscheint als ein multiplikatives Saisonmodell, und begründen Sie Ihre Antwort.  
 [Hinweis: Sie können in c) zusätzlich zu obigen Daten annehmen, dass der Umsatz im Jahr 2025 im 3. Quartal 26 und im 4. Quartal 38 betrug (jeweils in 1000 €)]

[LÖSUNG:

- a)  $S_i : -5.3125, 1.9375, -2.5625, 5.9375$   
 saisonbereinigte Umsätze für 2023: 23.3125, 24.0625, 24.5625, 24.0625
- b) 29100]

2. (7 Punkte) Ein Bildungsinstitut möchte prüfen, ob sich die durchschnittlichen Testergebnisse von Teilnehmer:innen in einem Abschluss-Test zwischen drei Unterrichtsformaten unterscheiden: Präsenzunterricht, Online-Unterricht, Selbststudium mit Tutor-Sprechstunde. Es wurden unabhängig voneinander Stichproben erhoben, die beobachteten Testergebnisse (in Punkten) sind wie folgt:

- Präsenzunterricht: 78, 85, 74, 80, 88, 82
- Online-Unterricht: 70, 76, 73, 68, 72
- Selbststudium: 65, 70, 62, 66, 69, 71

- a) Testen Sie mittels ANOVA-Methode, ob sich die durchschnittlichen Testergebnisse zwischen Präsenzunterricht, Online-Unterricht und Selbststudium unterscheiden ( $\alpha = 0.05$ ). Hierbei gilt  $\sigma_{\text{ges}}^2 = 48.72$  (muss nicht nachgerechnet werden). Formulieren Sie auch Null- und Gegenhypothese.
- b) Nennen Sie die zentralen Voraussetzungen, die für die Anwendung der ANOVA-Methode erfüllt sein müssen.

Tabelle der F-Werte  $F_{m,n;\gamma}$ :

| $m$ | $n$ | $F_{m,n;0.90}$ | $F_{m,n;0.95}$ | $F_{m,n;0.975}$ |
|-----|-----|----------------|----------------|-----------------|
| 2   | 11  | 2.860          | 3.982          | 5.256           |
| 2   | 12  | 2.807          | 3.885          | 5.096           |
| 2   | 13  | 2.763          | 3.806          | 4.965           |
| 2   | 14  | 2.726          | 3.739          | 4.857           |
| 2   | 15  | 2.695          | 3.682          | 4.765           |

[LÖSUNG:

- a)  $t = 19.3$ ,  $K = ]3.739; \infty[$
- b) siehe LV-Unterlagen]

3. (8 Punkte) Bestimmen Sie alle stationäre Punkte der folgenden Funktion und stellen Sie jeweils fest, ob ein Sattelpunkt, Maximum oder Minimum vorliegt:

$$f(x, y) = (x^3 + y^2) \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

Hinweis: Es gilt

$$f_{xx} = e^{\frac{1}{x}} \cdot \left( \frac{6x^5 - 4x^4 + 2xy^2 + x^3 + y^2}{x^4} \right)$$

(Sie müssen diese Ableitung nicht nachrechnen, sondern können diese direkt verwenden.)

[LÖSUNG: MIN bei  $(\frac{1}{3} \mid 0)$ ]

4. (8 Punkte) Gegeben ist das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \text{minimiere} & \ln(e^x + e^y) \\ \text{unter} & x^2 + y^2 \leq 9 \\ & y \geq x \\ & x^2 \geq y \end{array}$$

- Bestimmen Sie die Hessematrix der Zielfunktion.
- Untersuchen Sie, ob die Zielfunktion konvex ist.
- Skizzieren Sie den zulässigen Lösungsbereich im untenstehenden Koordinatensystem! Ist der Bereich konvex?
- Überprüfen Sie, ob der Punkte  $P = (-3, 0)$  die KKT-Bedingungen für dieses Problem erfüllt. Was können Sie daraus schließen?

[LÖSUNG:

a)

$$H_f = \begin{pmatrix} \frac{e^{x+y}}{(e^x + e^y)^2} & -\frac{e^{x+y}}{(e^x + e^y)^2} \\ -\frac{e^{x+y}}{(e^x + e^y)^2} & \frac{e^{x+y}}{(e^x + e^y)^2} \end{pmatrix}$$

- $f$  ist für alle  $x, y$  konvex
- Zulässiger Bereich ist nicht konvex
- $P$  erfüllt die KKT-Bedingungen nicht und ist daher keine Optimallösung des Problems]