

Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

14. November 2025

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

Aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 müssen jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
max. Punkte	4	9	9	11	11	44
erreichte Punkte						

1. Gegeben ist eine logistische Regression basierend auf der linearen Funktion

$z = -2 - 2x_1 + 3x_2 - x_3$. Es ist eine Stichprobe mit den folgenden 5 Datensätzen gegeben:

i	x_1	x_2	x_3	y
1	1	-1	-2	0
2	1	2	3	1
3	-2	0.5	2	1
4	1.5	1	-1.5	1
5	0.5	1	-2	1

- a) (6 Punkte) Bestimmen Sie die hit-ratio, das Press'sche Q und die Devianz für das Modell. Testen Sie mit Hilfe der Devianz die Güte des Modells ($\alpha = 0.025$). Was ist die Aussage Ihres Tests? Was können Sie näherungsweise über das Signifikanzniveau dieser Aussage aussagen?

[$h = 0.6$, $Q = 0.2$, $Dev = 5.245$, $K = [5.024, \infty)$, $\alpha^* \approx 0.02$]

- b) (3 Punkte) Gegeben ist nun die Beobachtung: $x_1 = 1.5$ und $x_3 = -1$. Für welchen Wert von x_2 erhält man Odds = 1 ? Auf welchen Wert ändern sich diese Odds näherungsweise, wenn dieses x_2 um 1 erhöht wird? Welche Prognose würden Sie bei diesen Odds abgeben?

[$x_2 = 4/3$, auf e^3 , $y = 1$]

Quantile der χ^2 -Verteilungen:

f	$\gamma = 0,005$	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,0	0,0002	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467

2. Gegeben sind 6 Objekte als Punkte in der Ebene mit den folgenden Koordinaten.

Objekt i	1	2	3	4	5	6
x_i	4	-1	2	0	1	-2
y_i	0	3	4	5	3	1

a) (5 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Single Linkage* unter Verwendung der L_1 -Norm bis zum Ende durch.

b) (2 Punkte) (unabhängig von (a))

Betrachtet wird die Clusterung $C_1 = \{1, 2, 4\}$, $C_2 = \{3\}$ und $C_3 = \{5, 6\}$. Bestimmen Sie alle Cluster-Distanzen mit der Hausdorff-Distanz (weiterhin mit der L_1 -Norm). [6,6,7]

c) (2 Punkte) (unabhängig von (a),(b))

Betrachtet wird die Clusterung $C_A = \{1, 2, 6\}$ und $C_B = \{3, 4, 5\}$. Bestimmen Sie die Fehlerquadratsumme (ESS-Wert) dieser Clusterung. [29.33]

3. (11 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = \ln(xy) - x^2 - \frac{y}{2x}$$

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte. Welche Schlüsse können Sie mit Hilfe der Hessematrix für die jeweiligen Punkte ziehen?

[(1, 2) und (-1, -2) sind Maxima.]

4. Gegeben ist das Optimierungsproblem

$$\min \quad x^2 + 3xy + yz - 2y$$

$$\text{NB: } x^2 + y^2 - 1 = 0$$

$$2x + y - z = -2$$

a) (6 Punkte) Überprüfen Sie, ob der Punkt $P_1 = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 2 + \frac{3}{\sqrt{2}})$ ein kritische Punkt für dieses Problem ist. Verwenden Sie dazu die Methode von Lagrange!

b) (4 Punkte) Bestimmen Sie die geränderte Hessematrix für dieses Problem für den Punkt P_1 .

c) (1 Punkt) Für die geränderte Hessematrix im Punkt P_1 gilt $\Delta_5 = -80$ (Dieses Ergebnis müssen Sie nicht nachrechnen!). Was können Sie daraus schließen?

[Ja

$$H_{\mathcal{L}}(x, y, z, \lambda_1, \lambda_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

P_1 ist kein Minimum]