

Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

1. Oktober 2025

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

1. Im Freibad der Gemeinde F. wurden folgende Besucherzahlen für (V) Vorsaison (Anfang Mai bis Mitte Juni), (H) Hauptsaison (Mitte Juni bis Mitte August) und (N) Nachsaison (Mitte August bis Ende September) erfasst.

Jahr	2023			2024			2025	
Saison	V	H	N	V	H	N	V	H
Besucherzahl (in 1000)	1	5	3	2	6	2	1	7

- a) (6 Punkte) Bestimmen Sie die geschätzten Saisonkomponenten für eine geeignete Periodenlänge und ermitteln Sie damit die saisonbereinigten Besucherzahlen. [$\hat{S}_V = -1.889$, $\hat{S}_H = 2.44$, $\hat{S}_N = -0.556$]
- b) (3 Punkte) (unabhängig von a.) Für die längerfristige Tendenz der Besucherzahlen wurde ein halblogarithmisches Modell mit $y(t) = 2.5 \cdot e^{0.2t}$ entwickelt ($t = 1$ bezeichnet die Vorsaison im Jahr 2023) und folgende Saisonkomponenten angenommen (unabhängig von Ihren Berechnungen aus a.): $S_V = -1.5$, $S_H = 2.5$, $S_N = -1$. Bestimmen Sie die Summe der quadratischen Abweichungen der tatsächlichen Werte von den Prognosewerten aus diesem Modell. [165.8]
2. Gegeben sind 7 Objekte mit jeweils zwei reellen Messwerten x_j und y_j .

Objekt j	1	2	3	4	5	6	7
x_j	-4	-6	2	-8	1	4	4
y_j	-1	1	1	7	-5	3	-2

- a) (5 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Complete Linkage* unter Verwendung der L_1 -Norm bis zum Ende durch.
- b) (4 Punkte) (unabhängig von a.) Gegeben ist eine Clusterung mit $C_1 = \{1, 3, 5\}$, $C_2 = \{2, 4, 7\}$ und $C_3 = \{6\}$. Für die Distanzen zwischen den Objekten wird die L_1 -Norm verwendet. Bestimmen Sie die Distanzen des Clusters C_1 zu den beiden anderen Clustern mit Single Linkage, Complete Linkage, Average Linkage und Hausdorff-Distanz, und tragen Sie die entsprechenden Werte in folgende Tabelle ein!

Distanz von C_1 zu	C_2	C_3
Single Linkage	4	4
Complete Linkage	21	12
Average Linkage	10.444	9
Hausdorff-Distanz	12	12

3. Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = \ln x + \ln(y \cdot \ln x) - 2y^2$$

- a) (6 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Punkte der Funktion f .
- b) (5 Punkte) Entscheiden Sie nun für alle stationären Punkte, ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt!

[Maximum bei $P = (\frac{1}{e}, -\frac{1}{2})$]

4. Gegeben ist die Zielfunktion

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + (z - 6)^2$$

und die Nebenbedingungen

$$x - y + z = -2$$

$$x + 2y + 2z = -8$$

- a) (6 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe der **Lagrange-Methode** alle kritischen Punkte des Problems! (Es ist nicht notwendig zu entscheiden, ob es sich um Hoch-, Tief- oder Sattelpunkte handelt!)

Hinweis: Die beiden Lagrange-Multiplikatoren haben in allen kritischen Punkten den gleichen Wert, also $\lambda_1 = \lambda_2$.

- b) (5 Punkte) Lösen Sie das Problem mit der **Einsetzmethode** und stellen Sie fest, ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt!

[MIN $(-4, -2, 0)$]