

Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

17. Juni 2025

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner

VERBOTEN: alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
max. Punkte	4	9	9	10	12	44
erreichte Punkte						

1. Gegeben sind die Ausfallszahlen einer neuen Produktionsmaschine in den ersten Betriebsmonaten.

Monat	März	April	Mai	Juni
Anzahl Ausfälle	12	7	4	2

- a) (5 Punkte) Bestimmen Sie eine halblogarithmische Trendfunktion für die Entwicklung der Ausfälle und prognostizieren Sie damit die Anzahl der Ausfälle im dritten Quartal des betrachteten Jahres ($t = 1$ soll dem Monat März entsprechen). [$y(t) = e^{3.112} \cdot e^{-0.594t}$, 2.14]
- b) (4 Punkte) (unabhängig von a.) Für die Entwicklung der Ausfälle wird auch ein lineares Regressionsmodell betrachtet. Es wird behauptet, dass der monatliche Rückgang der Ausfallszahl mehr als 2 beträgt. Führen Sie für diese Behauptung einen geeigneten statistischen Test mit $\alpha = 0.05$ durch. Welche Aussage ergibt der Test?

Hinweis: Zur Verringerung des Rechenaufwands können Sie folgende Hilfsgrößen verwenden: $s_X^2 = 1.667$, $s_Y^2 = 18.917$, $s_{X,Y} = -5.501$.

[$H_0 : b \geq -2$, $t = -2.71$, $K = [-\infty, -2.92]$]

Quantile der Student-(t-)Verteilungen:

n / gamma	0,995	0,99	0,975	0,95	0,9
1	63,657	31,821	12,706	6,314	3,078
2	9,925	6,965	4,303	2,920	1,886
3	5,841	4,541	3,182	2,353	1,638
4	4,604	3,747	2,776	2,132	1,533
5	4,032	3,365	2,571	2,015	1,476
6	3,707	3,143	2,447	1,943	1,440

2. Gegeben sind 6 Objekte als Punkte in der Ebene mit den folgenden Koordinaten.

Objekt j	1	2	3	4	5	6
x_j	-3	-1.5	3	-2	2.5	0
y_j	-1	5	-1.5	3.5	0	-1

- a) (6 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Average Linkage* unter Verwendung der L_1 -Norm bis zum Ende durch. [6.75, 5, 9.5]

- b) (unabhängig von (a)) (3 Punkte)

Die folgende Clusterung ist bereits gegeben:

$$C_1 = \{1, 2, 6\}, C_2 = \{4, 5\}, C_3 = \{3\}.$$

Führen Sie ausgehend von dieser Clusterung das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Centroid Clustering* (wieder mit L_1 -Norm) bis zum Ende durch. [2.5, 7, 6]

3. Gegeben ist die Funktion:

$$f(x, y, z) = x^2 + 5y^2 + az^2 + 4(xy - z) + 6xz + 16yz - 2(x + y)$$

- a) (5 Punkte) Für welche reellen Werte von a ist die Funktion f konvex?

- b) (5 Punkte) Finden Sie für $a = 14$ alle Minima der Funktion f und begründen Sie warum Minima vorliegen!

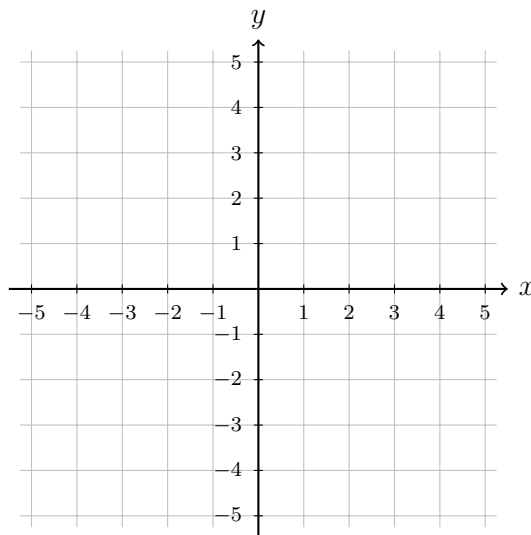
[konvex für $a \geq 13$, Min $(4, -3, 1)$]

4. Gegeben ist das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{llll} \text{minimiere} & x+5y & & \\ \text{unter} & x^2+y^2 & \leq & 25 \\ & y & \leq & -4 \end{array}$$

- a) (3 Punkte) Zeichnen Sie den zulässigen Lösungsbereich in das untenstehende Koordinatensystem ein! Handelt es sich um ein konvexes Optimierungsproblem?

- b) (9 Punkte) Lösen Sie das Problem mit Hilfe der KKT-Bedingungen und argumentieren Sie, warum tatsächlich ein Minimum vorliegt!



[MIN $\left(\frac{-5}{\sqrt{26}}, \frac{-25}{\sqrt{26}} \right)$]