

Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

29. November 2024

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
max. Punkte	4	10	8	11	11	44
erreichte Punkte						

1. a) (7 Punkte) Für die Prognose von y -Werten auf Basis von gegebenen x -Werten soll eine Regressionsfunktion der Form $y = a \ln(x^2) + b x^{3/2}$ verwendet werden.

Bestimmen Sie die Werte der Koeffizienten a und b aus den folgenden 5 Messwerten mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (minimale Summe der quadratischen Abweichungen). (Sie können auch in den Zwischenschritten auf 2 Dezimalen runden.)

[$a = 2.07, b = -0.336$]

Wert i	1	2	3	4	5
x_i	1	2	e	4	9
y_i	-2	1	2	4	0

- b) (3 Punkte) Für den betrachteten Sachverhalt wurde auch ein loglineares Modell bestimmt mit $\ln y = 2 + 0.5 \ln x$. Berechnen Sie damit für die Messwerte aus 2.a) die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den Messwerten und den Werten aus dem Modell.
[889.1]

2. Gegeben sind 6 Objekte mit jeweils zwei reellen Messwerten x_j und y_j .

Objekt j	1	2	3	4	5	6
x_j	3	-6	-1	1.5	-5	5
y_j	1.5	2	-4	-4	3	5

- a) (5 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit der *Hausdorff-Cluster-Distanz* unter Verwendung der L_1 -Norm durch, bis nur mehr drei Cluster vorhanden sind. [(1,6) (2,5) (3,4)]

- b) (3 Punkte), unabhängig von a.)

Es liegt nun eine Clusterung mit $C_1 = \{1, 2, 5\}$, $C_2 = \{3, 4\}$ und $C_3 = \{6\}$ vor.

Führen das hierarchisch-agglomerativen Clusterungsverfahren mit *Centroid Clustering* unter Verwendung der L_2 -Norm bis zum Ende durch. [6.82, 8.17, 10.18]

3. (11 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = y(e^y x^2 - e^y).$$

Bestimmen Sie alle stationären Punkte und stellen Sie jeweils fest, ob es sich um ein Maximum, ein Minimum oder einen Sattelpunkt handelt!

[$(0, -1)$ ist Maximum, $(-1, 0)$ und $(1, 0)$ sind Sattelpunkte]

4. Gegeben ist das Optimierungsproblem

$$\max \quad (x + y)^2 + 3xy$$

$$\text{NB: } x^2 + y^2 = 1$$

a) (5 Punkte) Überprüfen Sie, ob der Punkt $P = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ein kritische Punkt für dieses Problem ist. Verwenden Sie dazu die Methode von Lagrange!

b) (4 Punkte) Weisen Sie mit der geränderten Hessematrix nach, dass P tatsächlich ein Maximum ist!

c) (2 Punkte) Wie groß ist der Zielfunktionswert der Optimallösung näherungsweise, wenn die rechte Seite der Nebenbedingung auf $\frac{3}{2}$ geändert wird?

[Der neue Zielfunktionswert ist (näherungsweise) $\frac{21}{4}$ höher.]