

# Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

25. September 2024

|          |  |           |  |
|----------|--|-----------|--|
| ZUNAME:  |  |           |  |
| VORNAME: |  | MATR.NR.: |  |

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

**Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!**

1. a) (6 Punkte) Ein Schmuckgeschäft erzielte die folgenden Quartalsumsätze. Bestimmen Sie die geeigneten, geschätzten Saisonkomponenten und ermitteln sie damit eine saisonbereinigte Zeitreihe (keine Trendrechnung).

|         | 2022 |   |   |    | 2023 |   |   |    | 2024 |   | [ $\hat{S}$ : -2.22, 0.41, -1.72, 3.53 ] |
|---------|------|---|---|----|------|---|---|----|------|---|------------------------------------------|
| Quartal | 1    | 2 | 3 | 4  | 1    | 2 | 3 | 4  | 1    | 2 |                                          |
| Umsatz  | 4    | 6 | 5 | 10 | 5    | 8 | 6 | 12 | 6    | 8 |                                          |

- b) (2 Punkte) Ein Unternehmensberater hat für die Umsatzentwicklung des Schmuckgeschäfts ein halblogarithmisches Regressionsmodell aufgestellt mit  $y = 0.5 \cdot e^{0.18t}$ , wobei  $t = 1$  dem ersten Quartal von 2022 entspricht. Prognostizieren Sie mit diesem Modell unter Berücksichtigung der Saisonkomponenten den Umsatz für das **zweite Halbjahr** 2026.

[ 35.396 ]

2. Gegeben sind 6 Objekte als Punkte in der Ebene mit den folgenden Koordinaten.

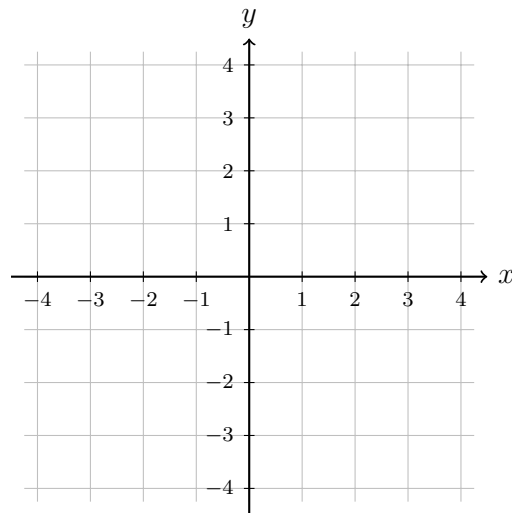
| Objekt $i$ | 1  | 2    | 3   | 4   | 5 | 6 |
|------------|----|------|-----|-----|---|---|
| $x_i$      | -1 | -2.5 | 0   | 1.5 | 2 | 4 |
| $y_i$      | -3 | 4    | 1.5 | 3.5 | 1 | 0 |

- a) (5 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Average Linkage* unter Verwendung der  $L_1$ -Norm bis zum Ende durch.
- b) (unabhängig von (a)) Betrachtet wird die Clusterung  $C_1 = \{1, 2, 4\}$  und  $C_2 = \{3, 5, 6\}$  und weiterhin die  $L_1$ -Norm.
- i. (2 Punkte) Bestimmen Sie die Hausdorff-Distanz zwischen  $C_1$  und  $C_2$ . [ 6 ]
- ii. (2 Punkte) Bestimmen Sie die Centroid-Distanz zwischen  $C_1$  und  $C_2$ , wie sie beim Centroid Clustering verwendet wird. [ 3.33 ]

3. Gegeben ist das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \text{minimiere} & -x^2 + y \\ \text{unter} & x - y^2 \geq 0 \\ & x^2 + y^2 \leq 2 \end{array}$$

- a) (3 Punkte) Zeichnen Sie den zulässigen Lösungsbereich in das untenstehende Koordinatensystem ein! Handelt es sich um ein konvexes Optimierungsproblem?
- b) (10 Punkte) Lösen Sie das Problem mit Hilfe der KKT-Bedingungen und argumentieren Sie, warum tatsächlich ein Minimum vorliegt!



$$\left[ \text{MIN} \left( \frac{\sqrt{7}}{2}, -\frac{1}{2} \right) \right]$$

4. (9 Punkte) Gegeben ist das folgende Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{ll} \max & x + 2y^2 - z \\ \text{unter} & x^3 + y^2 = 8 \\ & x + z = 4 \end{array}$$

Bestimmen Sie alle lokalen Optimallösungen des Problems mit der **Einsetzmethode** und weisen Sie nach, dass es sich tatsächlich um Maxima handelt.

$$\left[ P_{1,2} = \left( \frac{1}{\sqrt{3}}, \pm \sqrt{8 - \frac{1}{3\sqrt{3}}}, 4 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \text{ sind Maxima} \right]$$