

Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

19. April 2024

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
max. Punkte	5	9	8	11	11	44
erreichte Punkte						

1. Gegeben sind die Umsatzzahlen einer Firma, die 2020 neu in den Markt eingestiegen ist.

Jahr	2020	2021	2022	2023
Umsatz	2	5	7	8

- a) (6 Punkte) Bestimmen Sie eine halblogarithmische Trendfunktion für die Umsatzentwicklung und prognostizieren Sie damit den Umsatz für 2026. [$y = e^{0.46} \cdot e^{0.45x}$]
- b) (3 Punkte) Es wird behauptet, dass die Umsatzentwicklung besser durch eine lineare Trendfunktion mit $y = 2t + 0.5$ beschrieben werden kann, wobei $t = 1$ das Jahr 2020 bezeichnet. Überprüfen Sie diese Behauptung indem Sie für beide Trendfunktionen jeweils die Summe der quadrierten Abweichungen für die gegebenen Umsatzzahlen ermitteln und vergleichen. Welches Modell sollte gewählt werden? [1 vs. 4.69]
2. Gegeben sind fünf Objekte O_1 bis O_5 mit den folgenden 6 binären Merkmalen:

O_1	1	0	1	0	1	1
O_2	0	0	1	0	0	0
O_3	1	1	0	0	1	0
O_4	1	0	1	0	0	1
O_5	0	0	0	0	1	1

- a) (5 Punkte) Es ist eine Clusterung gegeben mit $C_1 = \{O_1, O_3\}$, $C_2 = \{O_2, O_4\}$ und $C_3 = \{O_5\}$. Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Complete Linkage* bis zum Ende durch. Bestimmen Sie die dafür benötigten Objekt-Distanzen unter Verwendung des Sorensen-Koeffizienten.
- b) (3 Punkte) Betrachten Sie nun eine andere Clusterung mit $C_1 = \{O_1, O_2, O_5\}$ und $C_2 = \{O_3, O_4\}$ und bestimmen Sie die Hausdorff-Distanz der beiden Cluster (Objekt-Distanzen wie bei a). [3/5]

3. Gegeben ist die Zielfunktion

$$f(x, y) = -x^2 + 8x - y^2 + 9$$

und die Nebenbedingung:

$$x^2 + y^2 = 1$$

a) (6 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe der **Lagrange-Methode** alle kritischen Punkte des Problems!

b) (5 Punkte) Bestimmen Sie für alle kritischen Punkt mit Hilfe der geränderten Hessematrix ob ein Minimum, Maximum oder ein Sattelpunkt vorliegt.

[$P_1 = (1, 0)$ und $P_2 = (-1, 0)$ sind kritische Punkte; P_1 ist ein Maximum, P_1 ist ein Minimum]

4. (11 Punkte) Gegeben ist die Funktion

$$f(x, y) = \left(x^2 + y^2\right)^2 - x^2 + y^2$$

Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktion und entscheiden Sie jeweils, ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt!

[Minima: $\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ und Sattelpunkte: $(0, 0)$]