Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten **4. März 2024**

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Summe**
max. Punkte	4	9	9	12	10	44
erreichte Punkte						

1. In Graz regnet es im ersten Halbjahr (Jänner bis Juni) meist deutlich weniger als im zweiten Halbjahr (Juli bis Dezember). In der folgenden Tabelle finden Sie die Niederschlagsmengen aus den letzten Jahren.

Jahr	2020		2021		2022		2023	
Halbjahr	1.	2.	1.	2.	1.	2.	1.	2.
Niederschlag in cm	36	44	32	56	40	52	36	

   a) (6 Punkte) Bestimmen Sie die geschätzten Saisonkomponenten für eine geeignete Periodenlänge und ermitteln Sie damit die saisonbereinigten Niederschlagsmengen. [$\hat{S}_1 = -7.666$, $\hat{S}_2 = 7.666$]

   b) (3 Punkte) Für die langfristige Entwicklung der Niederschläge wird eine Trendfunktion $y = 40 + 1.5\,t$ angenommen, wobei t die Halbjahre zählt und $t = 1$ das erste Halbjahr 2020 bezeichnet. In welchen Halbjahren wird bei dieser Trendfunktion – unter Berücksichtigung der Saisonkomponenten – jeweils erstmals ein Niederschlagswert von 60 cm überschritten werden? [1.HJ 2029 bzw. 2.HJ 2024]

2. Gegeben sind 6 Objekte als Punkte in der Ebene mit den folgenden Koordinaten.

Objekt i	1	2	3	4	5	6
x_i	-3	4	4	3	2	0
y_i	3	4	1	3	1	1

   a) (5 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Single Linkage* unter Verwendung der L_1–Norm bis zum Ende durch.

   b) (2 Punkte) (unabhängig von (a))
   Bestimmen Sie den ESS-Wert der Clusterung $C_1 = \{1, 2, 6\}$, $C_2 = \{3, 5\}$ und $C_3 = \{4\}$. [31.33]

   c) (2 Punkte) (unabhängig von (a) und (b))
   Führen Sie eine *Standardisierung* des folgenden Datensatzes durch.

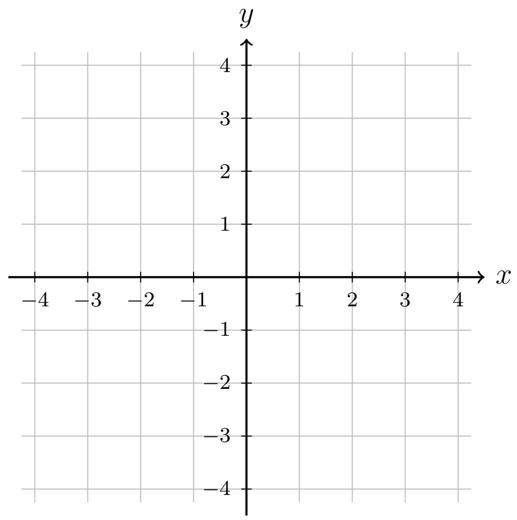
Objekt j	1	2	3	4
a_j	2	-3	4	9
b_j	22	16	32	46
c_j	200	120	440	360

[item 1: -0.23, -0.616, -0.632 usw.]

3. Gegeben ist das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{rlcl} \text{maximiere} & 2x+2y & & \\ \text{unter} & x^2+y^2 & \leq & 8 \\ & 2x+y^2 & \leq & 0 \end{array}$$

   a) (3 Punkte) Zeichnen Sie den zulässigen Lösungsbereich in das untenstehende Koordinatensystem ein!
   b) (9 Punkte) Lösen Sie das Problem mit Hilfe der KKT-Bedingungen und argumentieren Sie, warum tatsächlich ein Maximum vorliegt! Welche der Nebenbedingungen sind in der Optimallösung aktiv?



   MIN $(-\frac{1}{2}, 1)$

4. (10 Punkte) Eine Konsumentin zieht einen Nutzen U aus dem Kauf von x Einheiten des Gutes 1 und y Einheiten des Gutes 2 gemäß folgender Nutzenfunktion:

$$U(x,y) = \sqrt{x-2} + \sqrt{y-1}$$

   Der Preis pro Einheit ist 4 Euro für Gut 1 und 2 Euro für Gut 2. Die Konsumentin verfügt über ein Budget von 22 Euro, welches sie vollständig für den Kauf dieser beiden Güter ausgeben muss.

   Bestimmen Sie mit der **Einsetzmethode** Werte für x und y, die den Nutzen maximieren. Weisen Sie nach, dass es sich tatsächlich um ein Maximum handelt und geben Sie den maximalen Nutzen explizit an.

   [$x^* = 3$, $y^* = 5$, $U^* = 3$]