

Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

31. Jänner 2024

ZUNAME:					
VORNAME:		MATR.NR.:			

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner

VERBOTEN: alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
max. Punkte	4	9	9	11	11	44
erreichte Punkte						

1. Gegeben ist eine logistische Regression basierend auf der linearen Funktion

$z = -1 + 3x_1 + x_2 - 2x_3$. Es ist eine Stichprobe mit den folgenden 5 Datensätzen gegeben:

i	x_1	x_2	x_3	y
1	1	1	1	1
2	-1	-1	-1	0
3	-1	-2.5	-2	0
4	1	1.5	2	1
5	-2	-1.5	-3	0

a) (6 Punkte) Bestimmen Sie die hit-ratio, das Press'sche Q und die Devianz für das Modell. Testen Sie mit Hilfe der Devianz die Güte des Modells ($\alpha = 0.1$). Was ist die Aussage Ihres Tests? Was können Sie näherungsweise über das Signifikanzniveau dieser Aussage aussagen?

$[h = 4/5, Q = 1.8, Dev = 2.988, K = [2.706, \infty), \alpha^* \approx 0.08]$

b) (3 Punkte) Gegeben ist nun die Beobachtung: $x_1 = 2$ und $x_2 = 1$. Für welches x_3 erhält man Odds = 1 ? Auf welchen Wert ändern sich diese Odds näherungsweise, wenn dieses x_3 um 1 erhöht wird? [$x_3 = 3$, auf e^{-2}]

Quantile der χ^2 -Verteilungen:

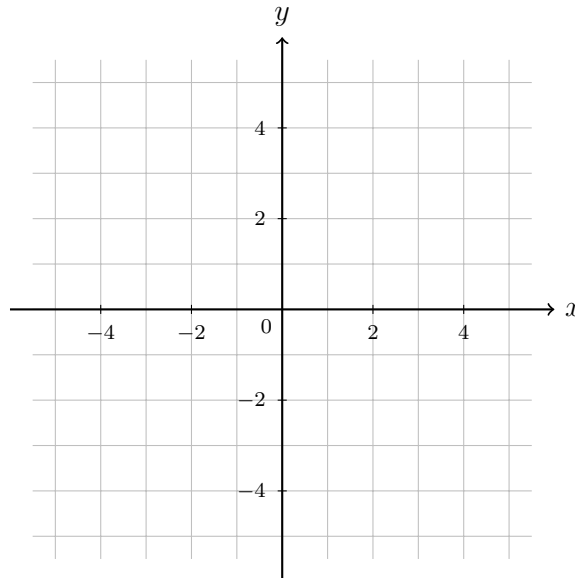
f	$\gamma = 0,005$	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,0	0,0002	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467

2. Gegeben sind 6 Objekte als Punkte in der Ebene mit den folgenden Koordinaten.

Objekt i	1	2	3	4	5	6
x_i	-3	4	4	3	2	0
y_i	3	4	1	3	1	1

- a) (5 Punkte) Führen Sie graphisch zwei Iterationen (d.h. Bestimmung von zwei Clusterungen) mit dem *k-means Algorithmus* für $k = 2$ aus. Als Initialisierung sind die Startpunkte $(2, 2)$ und $(5, 2)$ zu verwenden. [Mittelpunkte $(4, 2.5)$, $(0.5, 2)$]
- b) (4 Punkte), unabhängig von a.)
 Gegeben ist eine Clusterung mit $C_1 = \{1, 5, 6\}$, $C_2 = \{2, 4\}$ und $C_3 = \{3\}$. Führen Sie einen Schritt des hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahrens mit *Average Linkage* unter Verwendung der L_1 -Norm durch und bestimmen Sie den ESS-Wert der entstandenen Clusterung (bestehend aus zwei Clustern). [20.66]

Ausführung Beispiel 3a.):



3. (11 Punkte) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion

$$f(x, y) = y^2 \ln(x) - y^2 - 4 \ln(2x)$$

und geben Sie jeweils an, ob es sich um ein Minimum oder ein Maximum handelt.

[SP: $(e, \pm 2)$]

4. Eine Konsumentin zieht einen Nutzen U aus dem Kauf von x Einheiten des Gutes 1 und y Einheiten des Gutes 2 gemäß folgender Nutzenfunktion:

$$U(x, y) = \sqrt{x-1} + \sqrt{y-2}$$

Der Preis pro Einheit ist 5 Euro für Gut 1 und 10 Euro für Gut 2. Die Konsumentin verfügt über ein Budget von 55 Euro, welches sie vollständig für den Kauf dieser beiden Güter ausgeben muss.

- a) (9 Punkte) Bestimmen Sie mit der **Lagrange-Methode** Werte für x und y , die den Nutzen maximieren. Geben Sie weiters den maximalen Nutzen explizit an.
- b) (2 Punkte) Um wie viele Einheiten steigt der maximale Nutzen ungefähr, wenn die Konsumentin statt über 55 Euro, über 60 Euro verfügt?

[$x^* = 5$, $y^* = 3$, $U^* = 3$
 um 0,25 Einheiten]