

Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten

26. September 2023

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner

VERBOTEN: alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
max. Punkte	4	8	10	11	11	44
erreichte Punkte						

1. Frau F. hat auf ihrem Einfamilienhaus eine Photovoltaik-Anlage installiert. Klarerweise hängt die pro Tag erzeugte Strommenge (gemessen in kWh) von der Sonneneinstrahlung (vereinfacht gemessen in Stunden) ab. Die folgende Tabelle gibt Daten für einzelne Tage an.

Tag	kWh	Sonnenstunden
1	15	3,4
2	22	4,6
3	25	5,8
4	32	7,0
5	44	9,3

- a) (4 Punkte) Stellen Sie eine Regressionsgerade für den Zusammenhang zwischen Sonnenstunden und Stromerzeugung auf und geben Sie das Bestimmtheitsmaß an. Achten Sie dabei auf die sinnvolle Wahl der unabhängigen Variable. [$y = 4.826x - 1.45$, $R^2 = 0.991$]
- b) (4 Punkte) Frau F. behauptet, dass eine halbe Stunde mehr Sonnenschein die Stromerzeugung um mehr als 2 kWh steigen lässt. Kann diese Aussage statistisch bestätigt werden? Führen Sie einen entsprechenden Test durch und erläutern Sie das Ergebnis (Fehler 1. Art: 0,05). [$H_0 : b \leq 4$, $t = 3.104$, $K = (2.353, \infty)$]

Quantile der Student-(t-)Verteilungen:

n / gamma	0,995	0,99	0,975	0,95	0,9
2	9,925	6,965	4,303	2,920	1,886
3	5,841	4,541	3,182	2,353	1,638
4	4,604	3,747	2,776	2,132	1,533
5	4,032	3,365	2,571	2,015	1,476
6	3,707	3,143	2,447	1,943	1,440
7	3,499	2,998	2,365	1,895	1,415
8	3,355	2,896	2,306	1,860	1,397
9	3,250	2,821	2,262	1,833	1,383

2. Gegeben sind 7 Objekte mit jeweils zwei reellen Messwerten x_i und y_i .

Objekt i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	-3	1	-2	-3	7	1	0
y_i	-4	6	-6	4	11	8	0

- (5 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit Complete Linkage unter Verwendung der L_1 -Norm bis zum Ende durch.
- (2 Punkte) (unabhängig von a.) Wie lautet der Abstand der Cluster $\tilde{C}_1 = \{3, 7\}$ und $\tilde{C}_2 = \{1, 2, 6\}$ mit dem Average Linkage Verfahren unter Verwendung der L_1 -Norm? [9.667]
- (3 Punkte) (unabhängig von a. und b.) Gegeben sind die Cluster $C_1 = \{1, 2, 6\}$, $C_2 = \{3, 7\}$ und $C_3 = \{4, 5\}$. Bestimmen Sie die Distanzmatrix dieser Cluster mit dem Centroid-Verfahren unter Verwendung der L_∞ -Norm (Tschebyscheff-Norm). [6.33, 4.1667, 10.5]

3. (11 Punkte) Gegeben ist die Funktion:

$$f(x, y) = \ln(x^2 + 8) - \frac{1}{10}(x - y)^2 - \frac{1}{3}y$$

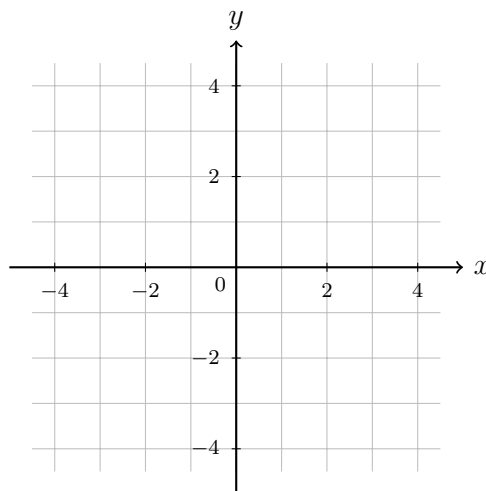
Bestimmen Sie alle kritischen Punkte der Funktion und entscheiden Sie jeweils, ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt!

[$(2, \frac{1}{3})$ ist Sattelpunkt; $(4, \frac{7}{3})$ ist Maximum]

4. Gegeben ist das Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} &\text{minimiere} && 4x+4y \\ &\text{unter} && x^2+y^2 \leq 9 \\ &&& y \geq 0 \end{aligned}$$

- (2 Punkte) Zeichnen Sie den zulässigen Lösungsbereich in das untenstehende Koordinatensystem ein!
- (9 Punkte) Lösen Sie das Problem mit Hilfe der KKT-Bedingungen und argumentieren Sie, warum tatsächlich ein Minimum vorliegt!



[Minimum $P_1 = (-3, 0)$]