Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten **14. November 2022**

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**Summe**
max. Punkte	4	9	9	11	11	44
erreichte Punkte						

1. Betrachtet wird eine logistische Funktion basierend auf der linearen Funktion $z_1 = -1 + 2x_1 - 3x_2$ und eine Stichprobe mit den folgenden 5 Datensätzen:

i	x_1	x_2	y		x_3
1	2	0.5	1		0.5
2	1.5	0	1		-0.5
3	-3	-2	0		-2
4	1	1	0		-1
5	2	1.5	1		3

   a) (5 Punkte) Testen Sie mit Hilfe der Devianz die Güte des Modells mit den unabhängigen Variablen x_1 und x_2 und der Funktion z_1 ($\alpha = 0.1$). Was ist die Aussage Ihres Tests? Was können Sie (näherungsweise) über das Signifikanzniveau dieser Aussage aussagen? Bestimmen Sie auch die hit-ratio für dieses Modell.
   [$Dev = 4.94$, $K = [4.605, \infty)$, $\alpha^* \approx 0.09$, $h = 0.8$]

   b) (4 Punkte) Nun wird versucht, dass Modell durch die Berücksichtigung einer zusätzlichen unabhängigen Variable x_3 zu verbessern. Dazu wird die lineare Funktion erweitert zu $z_2 = -1 + 2x_1 - 3x_2 + x_3$.
   Ist das erweiterte Modell mit drei Variablen und z_2 besser als das ursprünglich betrachtete Modell mit z_1 ? Führen Sie den entsprechenden statistischen Test durch ($\alpha = 0.1$). Was ist die Aussage Ihres Tests? [$T = 3.69$, $K = [2.706, \infty)$]

Quantile der χ^2-Verteilungen:

f	γ =0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
1	0,0	0,0002	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467

2. Gegeben sind 6 Objekte mit jeweils zwei reellen Messwerten a_j und b_j.

Objekt j	1	2	3	4	5	6
a_j	5	6	5	5.5	-7.5	3.5
b_j	-5	4	1	1	-6	-6.5

   a) (4 Punkte) Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Complete Linkage* unter Verwendung der L_∞-Norm bis zum Ende durch.

   b) (5 Punkte) unabhängig von a.)
   Es wurden bereits die Cluster $C_1 = \{1,6\}$, $C_2 = \{2,3,4\}$ und $C_3 = \{5\}$ gebildet. Führen Sie von dieser Clusterung ausgehend das *Ward-Verfahren* für hierarchisch-agglomeratives Clustern bis zum Ende durch. [ESS-Werte: 82.7, 100.8, 183.5]

3. Gegeben ist das Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{y}{x} \\ \text{unter} \quad & y + \ln(x+y) = -1 \end{aligned}$$

   a) (5 Punkte) Zeigen Sie mit der Methode von Lagrange, dass der Punkt $P = (2, -1)$ ein kritischer Punkt für dieses Problem ist.

   b) (6 Punkte) Überprüfen Sie mit Hilfe der geränderten Hessematrix, ob der Punkt P tatsächlich ein Minimum ist.

   [$P = (2, -1)$ ist kritischer Punkt und Minimum]

4. Gegeben ist die Funktion

$$f(x,y) = \ln\left(x^3\right) - x \cdot (y^2 + 2) + 2y$$

   a) (6 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Punkte der Funktion f.

   b) (5 Punkte) Entscheiden Sie nun für alle stationären Punkte ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt!

   [$(1,1)$ ist Maximum; $(\frac{1}{2}, 2)$ ist Sattelpunkt]