Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Dauer der Prüfung: 90 Minuten **29. September 2022**

ERLAUBT: **Formelsammlung des Instituts, nicht-programmierbare Taschenrechner**

VERBOTEN: **alle sonstigen Unterlagen, programmierbare Taschenrechner, Handys, etc.**

Für eine positive Beurteilung müssen aus den Beispielen 1,2,3 sowie 4,5 jeweils mindestens 10 Punkte erreicht werden!

1. Ein Buffetbetrieb in Uninähe erreicht folgende Umsatzzahlen pro Quartal:

Jahr	2020				2021				2022	
Quartal	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2
Umsatz	8	10	4	8	12	10	6	10	10	14

   a) (6 Punkte) Bestimmen Sie die geeigneten, geschätzten Saisonkomponenten für die vier Quartale und ermitteln sie damit eine saisonbereinigte Zeitreihe für 2021.
   [$8.84, 9.34, 9.71, 10.09$]

   b) (2 Punkte) Für die langfristige Entwicklung der Umsatzzahlen ist die Regressionsfunktion $y(t) = 10 + 0,25t$ gegeben, wobei $t = 1$ dem Q1 von 2020 entspricht. Berechnen Sie damit den prognostizierten Umsatz für Q2 und Q3 von 2023. [$14.16, 10.03$]

2. a) (4 Punkte) Gegeben sind vier Objekte mit den folgenden 8 binären Merkmalen M_1 bis M_8:

Merkmal	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8
O_1	1	1	0	0	1	1	0	1
O_2	0	0	1	1	0	0	1	0
O_3	1	1	0	0	1	0	0	0
O_4	1	0	1	1	0	1	1	1

   Bestimmen Sie die *Ähnlichkeit* von Objekt O_1 zu allen anderen Objekten unter Verwendung des Sorensen-Koeffizienten und unter Verwendung des Simple-Matching Koeffizienten (SMC). [0, 0.75, 0.54; 0, 0.75, 0.375]

   b) (6 Punkte) (unabhängig von a.)
   Gegeben sind 7 Objekte mit jeweils zwei reellen Messwerten x_j und y_j.

Objekt j	1	2	3	4	5	6	7
x_j	-2	1	1	7	-5	3	-1
y_j	4	-6	2	-8	1	4	-4

   Führen Sie das hierarchisch-agglomerative Clusterungsverfahren mit *Complete Linkage* unter Verwendung der L_∞-Norm bis zum Ende durch.

3. Gegeben ist das Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \min \quad & 2xy + 2xz + yz \\ \text{unter} \quad & xyz = 4 \end{aligned}$$

   a) (4 Punkte) Zeigen Sie, dass der Punkt $P = (1, 2, 2)$ ein kritischer Punkt für dieses Problem ist.

   b) (7 Punkte) Überprüfen Sie mit Hilfe der geränderten Hessematrix, ob der Punkt P tatsächlich ein Minimum ist.

[$P = (1, 2, 2)$ ist kritischer Punkt und Minimum]

4. Gegeben ist die Zielfunktion

$$f(x, y) = (x^2 - 2y^2)e^{x-y}$$

a) (5 Punkte) Bestimmen Sie alle stationären Punkte der Funktion f.

b) (6 Punkte) Entscheiden Sie nun für alle stationären Punkte ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt!

[(0,0) ist Sattelpunkt; (-4,-2) ist Maximum]