Musterlösungen 4. Übungsblatt
aus Masterkurs Produktion und Logistik

Elisabeth Bogendorfer und Marc Reimann
Institut für Produktion und Logistik
[$elisabeth.bogendorfer$; $marc.reimann$]@uni-graz.at

Beispiel 1:

a) Vogel'sche Approximation:

c_{ij}	Deutschland	Österreich	Schweiz	s_i	penalty
VZ1	^{10}	^{4}	^{11}	70	**6**
VZ2	^{12}	^{5}	^{8}	50	3
VZ3	^{9}	^{7}	^{6}	30	1
d_j	40	50	60	150	
penalty	1	1	2		

c_{ij}	Deutschland	Österreich	Schweiz	s_i
VZ1	$^{10}20$	$^{4}50$	^{11}	70
VZ2	^{12}	^{5}	$^{8}50$	50
VZ3	$^{9}20$	^{7}	$^{6}10$	30
d_j	40	50	60	

$\Rightarrow TC = (20 * 10) + (20 * 9) + (50 * 4) + (50 * 8) + (10 * 6) = 1040$

b) Prüfung Optimallösung:
$\Rightarrow$ Verfahren ist nur eine Heuristik und liefert nicht immer die Optimallösung $\Rightarrow$ Transportation Simplex

c_{ij}	Deutschland	Österreich	Schweiz	s_i	u_i
VZ1	$^{10}20$	$^{4}50$	$^{11}4$	70	1
VZ2	$^{12}1$	$^{5}0$	$^{8}50$	50	2
VZ3	$^{9}20$	$^{7}4$	$^{6}10$	30	0
d_j	40	50	60	150	
v_j	9	3	6		

$\Rightarrow$ alle Werte sind nicht-negativ, dh. keine Verbesserungen mehr möglich

c) Besonderheiten/Implikationen:
Opportunitätskosten auf der Verbindung VZ2-Österreich sind 0 $\Rightarrow$ mehrere, unterschiedliche Optimallösungen

Beispiel 2:

a) Vogel'sche Approximation:

c_{ij}	China	Japan	Korea	s_i
L1	6	4	9	200
L2	10	5	8	175
L3	12	7	6	75
d_j	250	100	150	500/450

$\Rightarrow$ Nachfrage $\neq$ Angebot $\Rightarrow$ Problem nicht ausbalanciert $\Rightarrow$ zusätzlichen Anbieter mit Kosten $= 0$ einführen

c_{ij}	China	Japan	Korea	s_i	penalty
L1	^{6}	^{4}	^{9}	200	2
L2	^{10}	^{5}	^{8}	175	3
L3	^{12}	^{7}	^{6}	75	1
L4	^{0}	^{0}	^{0}	50	0
d_j	250	100	150	500/500	
penalty	**6**	4	**6**		

c_{ij}	China	Japan	Korea	s_i
L1	$^{6}200$	$^{4}0$	^{9}	200
L2	^{10}	$^{5}100$	$^{8}75$	175
L3	^{12}	^{7}	$^{6}75$	75
L4	$^{0}50$	^{0}	^{0}	50
d_j	250	100	150	

$\Rightarrow$ TC $= 2750$

Achtung: $m + n - 1$ $(= 6)$ Basisvariablen für eine gültige Lösung notwendig!

b) Transportation Simplex:

c_{ij}	China	Japan	Korea	u_i
L1	$^{6}200$	$^{4}0$	$^{9}2$	-1
L2	$^{10}3$	$^{5}100$	$^{8}75$	0
L3	$^{12}7$	$^{7}4$	$^{6}75$	-2
L4	$^{0}50$	$^{0}2$	$^{0}-1$	-7
v_j	7	5	8	

$\Rightarrow$ Zusatzkosten L_4-Korea $= -1$ $\Rightarrow$ Optimum noch nicht erreicht, Verbesserung möglich

c_{ij}	China	Japan	Korea	u_i
L1	$^{6}200$	$^{4}1$	$^{9}3$	-2
L2	$^{10}2$	$^{5}100$	$^{8}75$	0
L3	$^{12}6$	$^{7}4$	$^{6}75$	-2
L4	$^{0}50$	$^{0}3$	$^{0}0$	-8
v_j	8	5	8	

$\Rightarrow$ alle Opportunitätskosten sind nun positiv, keine Verbesserungen mehr möglich!

Beispiel 3:

⇒ Ungarische Methode

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4	
L1	10	12	9	11	-9
L2	5	10	7	8	-5
L3	12	14	13	11	-11
L4	8	15	11	9	-8

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4
L1	1	3	0	2
L2	0	5	2	3
L3	1	3	2	0
L4	0	7	3	1
		-3		

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4	
L1	1	0	$\langle \mathbf{0} \rangle$	2	
L2	$\langle \mathbf{0} \rangle$	2	2	3	x(3)
L3	1	$\langle \mathbf{0} \rangle$	2	0	
L4	0	4	3	1	x(1)
	x(2)				

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4
L1	1	0	0	2
L2	0	2	2	3
L3	1	0	2	0
L4	0	4	3	1

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4
L1	2	0	$\langle \mathbf{0} \rangle$	2
L2	$\langle \mathbf{0} \rangle$	1	1	2
L3	2	$\langle \mathbf{0} \rangle$	2	0
L4	0	3	2	$\langle \mathbf{0} \rangle$

	Auftrag	Kosten
L1	A3	9
L2	A1	5
L3	A2	14
L4	A4	9
TC		**37**

Beispiel 4:

a) **Beachte:**
Angabe der Profitmatrix ⇒ Erstellung der Kostenmatrix erforderlich

b) Optimale Zuordnung:

⇒ Kostenmatrix:

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4	Auftrag 5	
L1	3	10	5	4	0	
L2	8	11	4	11	6	-4
L3	9	4	6	5	8	-4
L4	6	10	10	2	3	-2
L5	7	8	11	5	9	-5

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4	Auftrag 5
L1	3	10	5	4	0
L2	4	7	0	7	2
L3	5	0	2	1	4
L4	4	8	8	0	1
L5	2	3	6	0	4
	-2				

c'_{ij}	Auftrag 1	Auftrag 2	Auftrag 3	Auftrag 4	Auftrag 5
L1	1	10	5	4	$\langle \mathbf{0} \rangle$
L2	2	7	$\langle \mathbf{0} \rangle$	7	2
L3	3	$\langle \mathbf{0} \rangle$	2	1	4
L4	2	8	8	$\langle \mathbf{0} \rangle$	1
LKW5	$\langle \mathbf{0} \rangle$	3	6	0	4

⇒ alle Zeilen/Spalten haben eine Zuordnung erhalten ⇒ optimale Lösung

LKW	Auftrag	Profit
LKW 1	A5	20
LKW 2	A3	16
LKW 3	A2	16
LKW 4	A4	18
LKW 5	A1	13
Σ		**83**

Beispiel 5:

a) zulässige Rundreise als Zuordnungsproblem:
Eigentlich würde jeder sich selbst beliefern ⇒ Hauptdiagonale ∞ setzen
Wenn die Hauptdiagonale nicht erlaubt ist ⇒
Überprüfung der Auslastung der Fahrzeuge: $18 < 20$ ⇒ Kapazität ausreichend

	Route	Kosten
	0-1-0	10
	2-6-2	10
	3-4-5-3	19
TC		**39**

Lösung entspricht keiner zulässigen Rundreise, da 3 Kurzzyklen auftreten!

b) Nearest Neighbor Lösung:

Start	Route	Kosten
VZ	0-4-2-6-5-3-1-0	46
F1	1-0-4-2-6-5-3-1	46
F2	2-4-0-1-3-5-6-2	46
F3	3-4-0-1-5-6-2-3	47
F4	4-0-1-3-5-6-2-4	46
F5	5-4-0-1-3-2-6-5	47
F6	6-2-4-0-1-3-5-6	46

Anmerkung:
Ob 46 die optimale Lösung ist, wissen wir nicht genau. Die optimale Lösung befindet sich auf jeden Fall im Bereich [39, 46].

c) Anzahl der benötigten Fahrzeuge:

Gesamtnachfrage = 18 ⇒ min. 3 Fahrzeuge (Kapazität = 6)

d) optimaler Routenplan mit Minimalanzahl an Fahrzeugen:

Minimalanzahl der Fahrzeuge = 3
⇒ individuelle Nachfragen ausschlaggebend ⇒

	Route	Kosten
	VZ-F1-F2-VZ	26
	VZ-F3-F6-VZ	30
	VZ-F4-F5-VZ	18
TC		**74**

e) Savings-Verfahren:

FZ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	
1	-	0	3	0	3	3	
2		-	8	8	8	13	
3			-	8	9	8	Savingsmatrix
4				-	8	8	
5					-	11	
6						-	

Lösung:

	Route	Kosten
	VZ-2-6-VZ	23
	VZ-1-VZ	10
	VZ-4-5-VZ	18
	VZ-3-VZ	18
TC		**69**

⇒ Kosten geringer, aber 4 statt 3 Fahrzeugen!