Kapitel 4

Preis-entscheidungen

© Ewert/Wagenhofer/Rohlfing-Bastian 2023.
Alle Rechte vorbehalten!

Ziele

- Relevante Kosten für Preisgrenzen
- Bestimmung von Preisuntergrenzen und Preisobergrenzen
- Optimalitätsbedingungen von Preisentscheidungen
- Einfluss von Fixkosten auf Preisgestaltung
- Einfluss der Konkurrenz auf Preisentscheidungen

Preisgrenzen – Konzept

- **Preisgrenzen sind Entscheidungswerte**

  Kritische Werte, für die das Unternehmen bei der Entscheidung zwischen den Aktionen indifferent ist

- **Preisuntergrenze**

  Niedrigster Preis für Endprodukt, zu dem dieses gerade noch oder mit einer bestimmten Menge angeboten wird

- **Preisobergrenze**

  Höchster Preis für einen Inputfaktor, zu dem dieser gerade noch oder mit einer bestimmten Menge bezogen oder verwendet wird

- **Zwecke**
  - Annahme oder Ablehnung eines Zusatzauftrages
  - Elimination eines Produktes aus dem Produktionsprogramm
  - Veränderung der Zusammensetzung des Produktionsprogrammes

Grundsätzliche Vorgehensweise

Deckungsbeitrag im Status quo

versus

Deckungsbeitrag nach Veränderung des Status quo durch eine bestimmte Entscheidung

Gefordert wird Übereinstimmung beider Deckungsbeiträge

Kurzfristige Preisuntergrenzen
Grundlagen

Basis für die Preisuntergrenze

Grenzkosten eines Produkts (bzw. Auftrags): $\hat{p} = k$

Fall 1: Rohstoffe werden ansonsten für Produktion eingesetzt

Tagespreis

Lager kann ohne Transaktionskosten sofort ergänzt werden

Fall 2: Rohstoffe sind Restposten

Netto-Veräußerungswert

(ggf. vermindert um Ersparnisse bei Lager- und/oder Entsorgungskosten)

Kurzfristige Preisuntergrenzen
Grundlagen

Bei Auswirkungen auf das Basisgeschäft sind auch entgehende Deckungsbeiträge relevant

Beispiel

Kunde bestellt einmalig 100 Stück eines Spezialproduktes, das sich vom bisher bezogenen Produkt 1 etwas unterscheidet

- Variable Kosten des Spezialproduktes um 2 höher: $k_1 = 42$
- (Netto)Listenpreis $p_1 = 60$

Kurzfristige Preisuntergrenzen
Grundlagen

- **Annahme 1:** Kunde substituiert voll

$$\text{PUG} = (42 + 2) + (60 - 42) = 62$$

- **Annahme 2:** Kunde substituiert *jedenfalls* und bestellt bei einem Konkurrenten, falls Preis über 60 liegt

$$\text{PUG} = k = 44$$

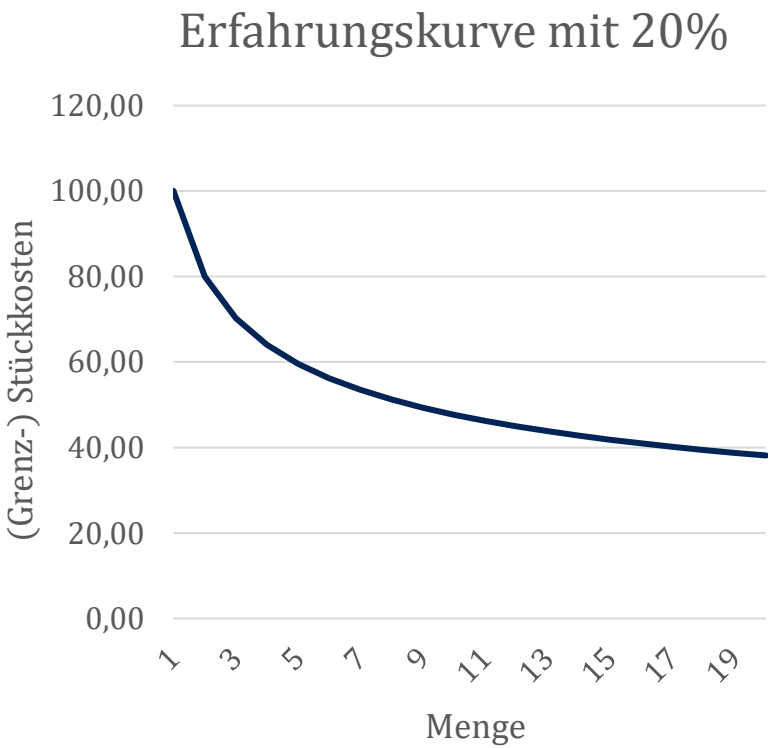
Nichtlineare Kostenfunktionen
Erfahrungskurve

Empirische Gesetzmäßigkeit

Mit jeder Verdoppelung der kumulierten Produktionsmenge sinken die auf die Wertschöpfung bezogenen (Grenz)Stückkosten um einen bestimmten Prozentsatz

Beispiel : Kosten des ersten Stücks 100, Prozentsatz 20 %

Kosten 1.Stück	100
Kosten 2.Stück	80
Kosten 4.Stück	64
Kosten 8.Stück	51,2
Kosten 16.Stück	40,96



Erfahrungskurve
Formale Zusammenhänge

$$K'(X) = K'(1) \cdot (1-\alpha)^z$$

Z = Anzahl der Verdoppelungen: $X = 2^Z \quad \Rightarrow \quad z = \dfrac{\log X}{\log 2}$

$$\log\left(\left(1-\alpha\right)^z\right) = z \cdot \log(1-\alpha) = \frac{\log X}{\log 2} \cdot \log(1-\alpha) = \log X \cdot \frac{\log(1-\alpha)}{\log 2} = \log X \cdot \kappa$$

Wegen $\log X \cdot \kappa = \log\left(X^\kappa\right)$ folgt: $(1-\alpha)^z = X^\kappa \quad \left(\kappa = \dfrac{\log(1-\alpha)}{\log 2}\right)$

$$K'(X) = K'(1) \cdot X^\kappa$$

Alternative Darstellung:

$$\log K'\left(X\right) = \log K'\left(1\right) + z \cdot \log\left(1-\alpha\right)$$

$$= \log K'\left(1\right) + \kappa \cdot \log X$$

Kostenelastizität κ

- Für die Elastizität der (Grenz)Stückkosten gilt allgemein

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta K'}{K'}}{\frac{\Delta X}{X}} = \frac{\Delta K'}{\Delta X} \cdot \frac{X}{K'} = \frac{dK'}{dX} \cdot \frac{X}{K'}$$

Dabei ist

$$\frac{dK'}{dX} = \frac{d\left(K'(1) \cdot X^{\kappa}\right)}{dX} = K'(1) \cdot \kappa \cdot X^{\kappa-1}$$

Daraus folgt

$$\varepsilon = \frac{dK'}{dX} \cdot \frac{X}{K'} = \kappa \cdot K'(1) \cdot X^{\kappa-1} \cdot \frac{X}{K'} = \kappa \cdot \frac{K'}{K'} = \kappa$$

Beispiel

Bisherige Produktionsmenge 100

$K(1) = 300$

$\alpha = 0{,}24214$

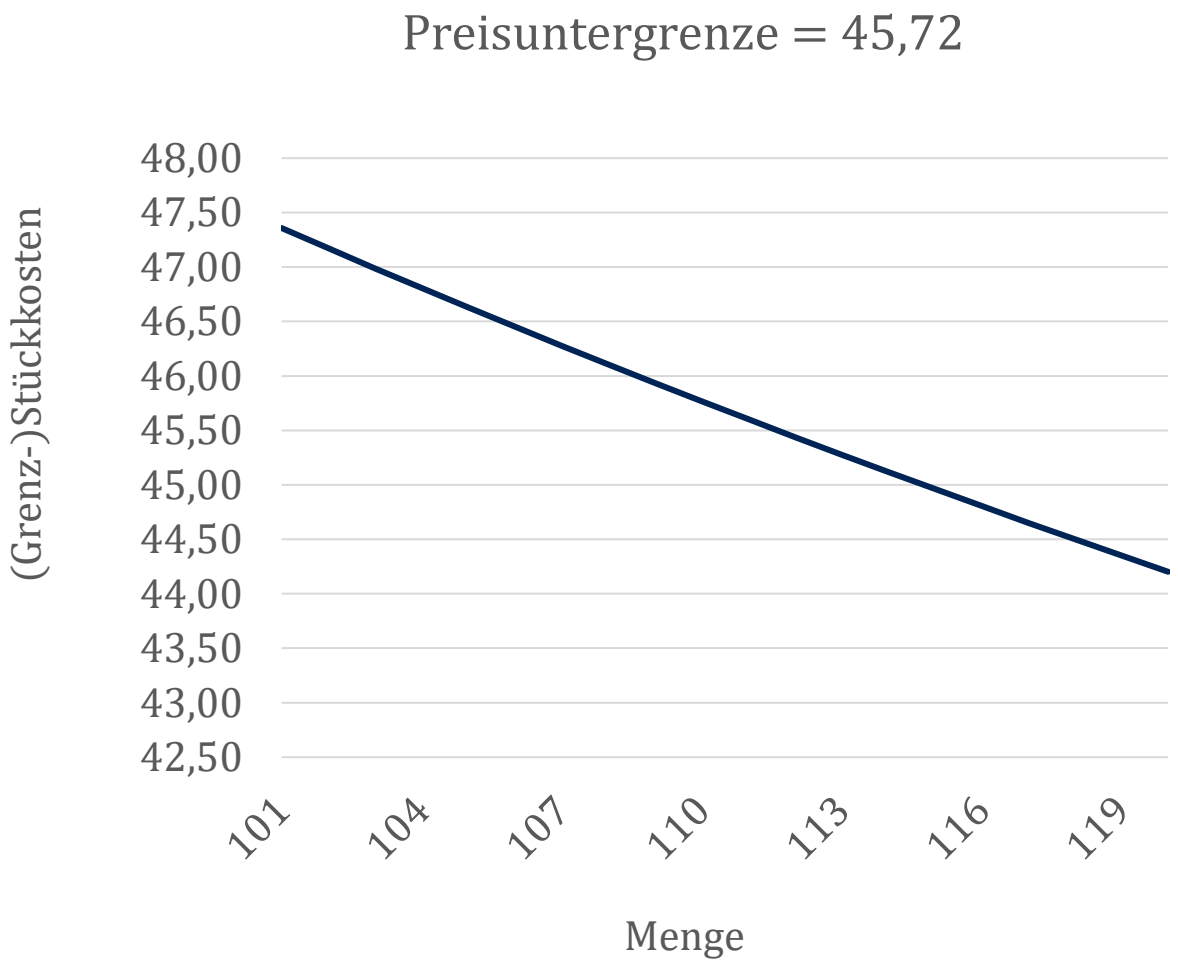
Neuer Auftrag 20 Stück

$$\kappa = \frac{\log(1 - 0{,}24214)}{\log 2} = -0{,}4$$

Preisuntergrenze = durchschnittliche Stückkosten

$$\hat{p} = \frac{\sum_{X=101}^{120} \left(300 \cdot X^{-0{,}4}\right)}{20} = \frac{914{,}4}{20} = 45{,}72$$

Beispielgrafik



Preisuntergrenzen und Engpässe
Opportunitätskosten (1)

Produkt	$j = 1$	$j = 2$	Zusatzauftrag $j = 0$
Preis p_j	200	480	$\widehat{p}$
variable Kosten k_j	160	400	270
Deckungsbeitrag d_j	40	80	$\widehat{p} - 270$
Obergrenze $\overline{x}_j$	300	200	–
Verbrauch v_{1j}	2	8	3
Verbrauch v_{2j}	9	4	5

$$K^F = 4.000$$

$$V_1 = 2.200 + 1 \cdot v_{10} = 2.203 < 2.500$$

$$V_2 = 3.500 + 1 \cdot v_{20} = 3.505 < 3.700$$

Preisuntergrenzen und Engpässe
Opportunitätskosten (2)

Optimum Basisprogramm : $x_1^* = 300 \quad x_2^* = 200$

$$V_1 = 2.200 < 2.500 \qquad V_2 = 3.500 < 3.700$$

Annahme: Zusatzauftrag 60 Stück

$$V_2 = 3.500 + 60 \cdot v_{20} = 3.800 > 3.700$$

Verdrängung von Produkten gemäß spezifischer Deckungsbeiträge

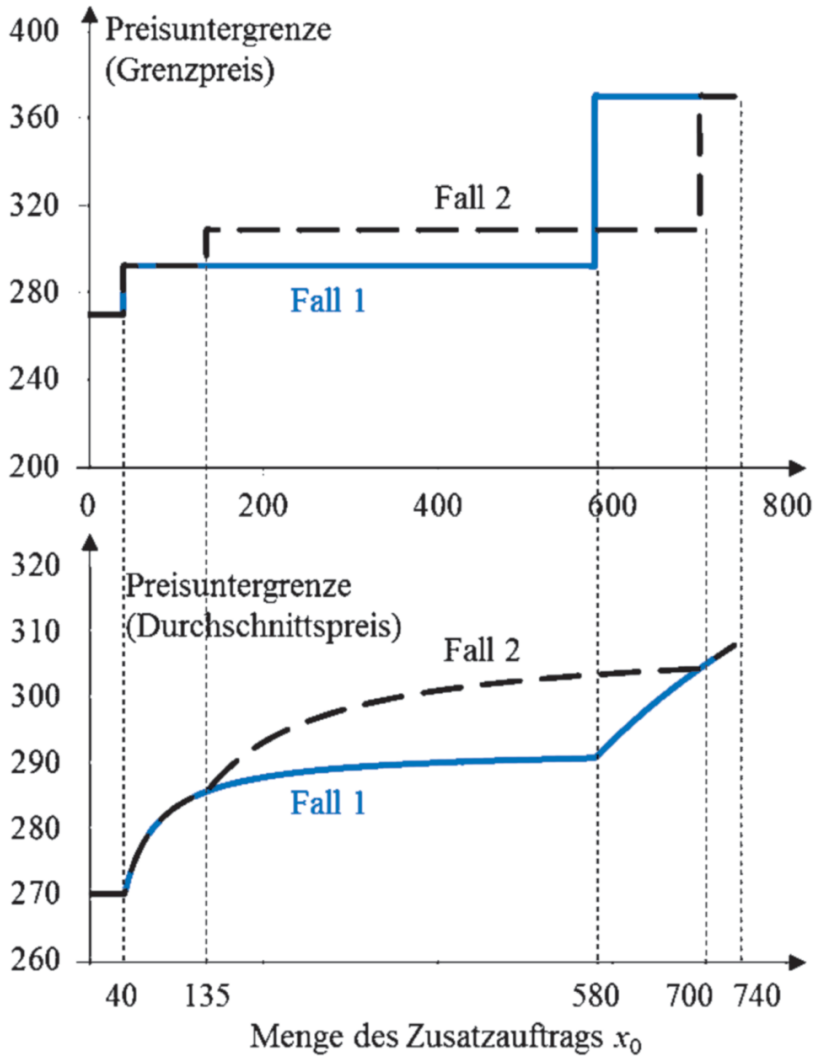
$$\hat{d}_{21} = \frac{40}{9} = 4,\overline{4} \qquad \hat{d}_{22} = \frac{80}{4} = 20$$

$$\hat{p} = \frac{k_0 \cdot x_0 + 100 \cdot \hat{d}_{21}}{x_0} = 270 + \frac{444,\overline{4}}{60} = 277,41$$

Preisuntergrenzen und Engpässe
Mehrere Engpässe

- Vorhandene Kapazitäten sind um die Beanspruchung durch den Zusatzauftrag zu verringern
- Neubestimmung des optimalen Produktionsprogramms
- Deckungsbeitragsdifferenz zum ursprünglichen Programm gibt die relevanten Opportunitätskosten an
- Inputbezogene Optimalkosten des ursprünglichen Programms können in gewissem Umfang verwendet werden

Preisuntergrenzen und zwei Engpässe
Beispielgrafik



Je nach benötigter Kapazität der (potenziellen) Engpässe können mehrere Fälle auftreten

- Fall 1: Zunächst wird nur Produkt 1 reduziert
  Ab 580 Stück werden beide Produkte reduziert
- Fall 2: Beide Produkte werden bereits ab 135 Stück reduziert, bis Produkt 1 aus Produktionsprogramm verschwindet

Längerfristige Preisuntergrenzen

- **Fall 1: Auftragsfixe Kosten**

$$\hat{p} = k + \frac{K_a^F}{x}$$

- **Fall 2: Längerfristige Zusatzaufträge (stationäre Verhältnisse)**

$$KW(\hat{p}) = \sum_{t=1}^{T} \left[x \cdot (\hat{p} - k) - K^F \right] \cdot \rho^{-t} + LQ \cdot \rho^{-T} - I = 0$$

$$\Rightarrow \hat{p} = k + \frac{K^F}{x} + \frac{\left(I - LQ \cdot \rho^{-T}\right) \cdot WGF(\rho, T)}{x}$$

$$\hat{p} > k + \frac{K^F}{x} + \frac{(I - LQ)}{T} \cdot \frac{1}{x}$$

Preisuntergrenzen und ungenutzte Kapazitäten (1)

Folgenden Vorschlag findet man oft in der Literatur

Preisuntergrenze eines Auftrags =

variable Kosten
+ abbaufähige Fixkosten
– Wiederanlauf- und Stilllegungskosten

Beispiel :

- Kapazität: 1.000 Stück pro Monat; Auftragsgröße: 5.000 Stück
- Variable Kosten: 5 pro Stück
- Fixkosten Gehälter: 20.000/Monat; 2-monatige Kündigung
- Miete Produktionshalle: 30.000/Monat; ½-jährliche Kündigung
- Wiederanlaufkosten: 4.000 (einmalig)
- Stilllegungskosten: 1.000/Monat

Preisuntergrenzen und ungenutzte Kapazitäten (2)

Lösung des Beispiels

- Fertigungszeit: 5 Monate
- Abbaufähige Fixkosten: Gehälter für 3 Monate = 60.000
- Miete kann nicht abgebaut werden
- Stilllegungskosten für 5 Monate: 5.000
- Einmalige Wiederanlaufkosten: 4.000

Preisuntergrenze:

$$\hat{p} = 5 + \frac{60.000 - 5.000 - 4.000}{5.000} = 15{,}2$$

Problem:

- Zurechenbarkeit der Kosten auf den Auftrag
- Implizite Annahme: Aufträge "stören", sie behindern das Schließen

Sequentielle Auftragsannahme
Annahmen

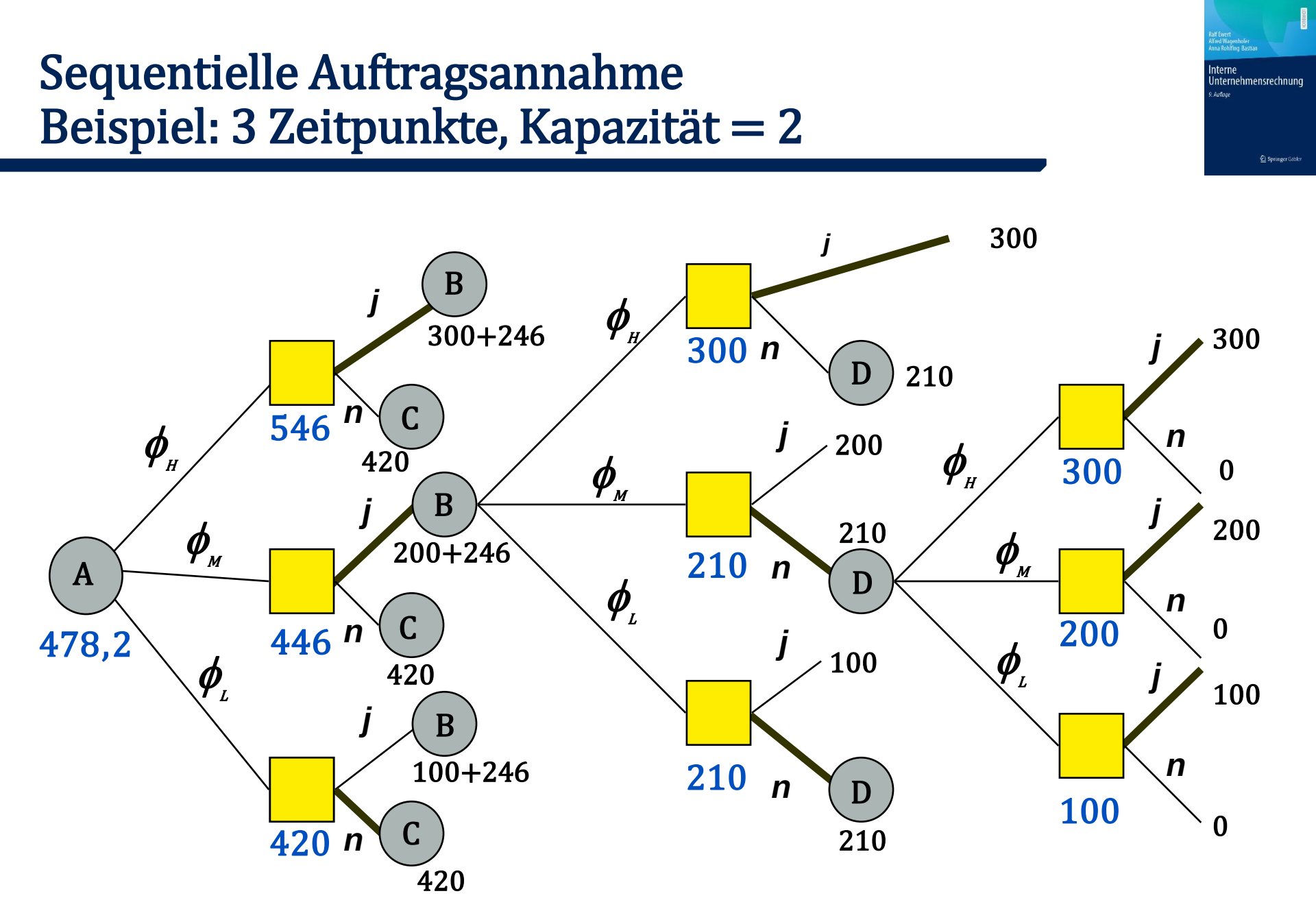
- Gegebener Planungszeitraum
- Gegebene Kapazität (Anzahl der Aufträge)
- Nachfrage entspricht der Anzahl von Auftragsangeboten durch Kunden
- Konditionen jedes Angebots sind risikobehaftet
- Wahrscheinlichkeitsverteilung von Deckungsbeiträgen

Opportunitätskosten der Auftragsannahme in Stufe $0 < t < \mathrm{T}$

$$E_t\left[\sum_{\tau=t+1}^{T} \tilde{d}_\tau^* \,\middle|\, n\right] - E_t\left[\sum_{\tau=t+1}^{T} \tilde{d}_\tau^* \,\middle|\, j\right]$$

$E_t\left[\sum_{\tau=t+1}^{T} \tilde{d}_\tau^* \,\middle|\, n\right]$ = in t erwarteter DB bei künftig optimaler Anpassung, falls Auftrag in t nicht akzeptiert wird

Sequentielle Auftragsannahme
Beispiel: 3 Zeitpunkte, Kapazität = 2



$$d_L = 100, \phi_L = 0{,}3;\ d_M = 200, \phi_M = 0{,}3;\ d_H = 300, \phi_H = 0{,}4$$

Preisuntergrenzen im sequentiellen Modell

Stufe 3

$$\text{Preisuntergrenze}: \quad \hat{p} = k$$

Stufe 2

$$\text{Preisuntergrenze}: \quad \hat{p} = k + 210$$

Stufe 1

$$\text{Preisuntergrenze}: \quad \hat{p} = k + 420$$

Sequentielle Lösung
Eigenschaften

- Auftrag H wird stets angenommen
- Auftrag M wird anfangs akzeptiert, dann aber abgelehnt, falls auf zweiter Stufe nur noch eine Kapazitätseinheit vorhanden ist
- Auftrag L wird nur angenommen, falls garantiert keine Knappheit
- Lösung hat mit dem optimalen Ausnutzen von Optionen zu tun

Knappheit ist letztlich stochastisch
PUG liegt stets über den Grenzkosten, falls positive Wahrscheinlichkeit für Knappheit gegeben ist
Kann als Begründung für Verwendung von Vollkosten als Approximation dienen

Preisobergrenzen

- **Preisobergrenze ist der höchste Preis für einen Inputfaktor, zu dem dieser gerade noch oder mit einer bestimmten Menge bezogen oder verwendet wird**

- Möglichkeiten für die Gewinnung von Preisobergrenzen
  - Direkte Substitution durch einen anderen Inputfaktor
  - Substitution des Inputfaktors durch eine Änderung des Produktionsverfahrens
  - Eigenfertigung des Inputfaktors anstelle Fremdbezug

Beispiel

Das Produkt 1 benötigt $v_{11} = 4$ Einheiten des Inputfaktors 1; der Absatzpreis beträgt $p_1 = 200$, variable Stückkosten ohne die Kosten des Inputfaktors.

$$\bar{k}_j = 140$$

$$\hat{r}_1 = \frac{200 - 140}{4} = 15$$

Falls anstelle des Inputfaktors 1 auch ein anderer Inputfaktor 2 mit $r_2 = 10$ (Substitution) und $v_{21} = 5$ Einheiten verwendet werden kann

$$d_1 = p_1 - (\bar{k}_j + v_{21} \cdot r_2) = 200 - (140 + 5 \cdot 10) = 10$$

$$\hat{r}_1 = \frac{p_1 - \bar{k}_1 - d_1}{v_{11}} = \frac{200 - 140 - 10}{4} = 12{,}5$$

Bei Preis über 12,5 ist es kostengünstiger, den Inputfaktor 2 anstelle von Inputfaktor 1 zu verwenden

Beispiel ...

Anderes Verfahren welches beide Inputfaktoren 1 und 2 benötige.

$v_{11}^{I} = 1 v_{21}^{I} = 2 \Rightarrow$ **drei Verfahren:**

1. Inputfaktor 1 alleine mit variablen Stückkosten

$$\bar{k}_j + v_{11} \cdot r_1 = 140 + 4 \cdot r_1$$

2. Inputfaktor 2 alleine mit variablen Stückkosten

$$\bar{k}_j + v_{21} \cdot r_2 = 140 + 5 \cdot 10 = 190$$

3. Verfahren I mit beiden Inputfaktoren mit variablen Stückkosten

$$\bar{k}_j + v_{11}^{I} \cdot r_1 + v_{21}^{I} \cdot r_2 = 140 + 1 \cdot r_1 + 2 \cdot 10 = 160 + r_1$$

➡ **Verfahren I effizient für $6,\bar{6} \leq r_1 \leq 30$, am kostengünstigsten**

$r_1 > 30$ **Inputfaktor 1 vollständig durch Inputfaktor 2 substituieren**

$r_1 < 6,\bar{6}$ **nur Inputfaktor 1**

Spezifische Preisobergrenzen

- **Inputfaktor geht in mehrere Endprodukte ein**
  - Grundsätzlich für jedes Produkt eine produktspezifische Preisobergrenze ermitteln
  - Die höchste dieser Preisobergrenzen ist die absolute Preisobergrenze

Beispiel : Produktionsprogramm besteht aus 3 Produkten

Produkt	$j=1$	$j=2$	$j=3$
Preis p_j	200	480	320
variable Kosten k_j	160	400	270
Deckungsbeitrag d_j	40	80	50
Verbrauch v_j	4	5	8
Absatzmenge x_j	300	200	40
vorl. variable Kosten $\overline{k}_j$	140	375	230
Preisobergrenze $\hat{r}_j$	15	21	11,25

Beispiel ...

- **Gegenwärtige Kosten des Inputfaktors $r = 5$**
  - Absolute Preisobergrenze ist daher 21

- **Entwicklung der Nachfragemenge q**

$$r < 11{,}25: \quad q = \sum_{j=1}^{3} v_j \cdot x_j = 4 \cdot 300 + 5 \cdot 200 + 8 \cdot 40 = 2.520$$

$$11{,}25 \leq r < 15: \quad q = v_1 \cdot x_1 + v_2 \cdot x_2 = 4 \cdot 300 + 5 \cdot 200 = 2.200$$

$$15 \leq r < 21: \quad q = v_2 \cdot x_2 = 5 \cdot 200 = 1.000$$

$$21 \leq r: \quad q = 0$$

Beispiel ...

Bestehen von Produktinterdependenzen

- Angenommen, Produkte 2 und 3 vollständig komplementär

$$\hat{r}_{23} = \frac{(p_2 - \overline{k}_2)\cdot x_2 + (p_3 - \overline{k}_3)\cdot x_3}{v_2 \cdot x_2 + v_3 \cdot x_3} = \frac{105\cdot 200 + 90\cdot 40}{5\cdot 200 + 8\cdot 40} = 18{,}\overline{63}$$

- Zusammensetzung des gesamten bestehenden Produktionsprogrammes soll bestehen - Preisobergrenze

$$\hat{r}_{123} = \sum_{j=1}^{3} \frac{(p_j - \overline{k}_j)\cdot x_j}{v_j \cdot x_j} = \frac{42.600}{2.520} = 16{,}905$$

„Kostenobergrenze“

Optimale Preise
Ziele

- Beziehung zwischen optimalen Preisen und Kosten
- Problematik von Vollkosten-Preisbestimmungen
- Eigenschaften dynamischer Preisstrategien
- Preispolitik bei Produktinterdependenzen
- Optimale Preise und Konkurrenz
- Grundlagen optimaler Angebotspreise

Grundmodell

- Erlösseite durch Preis-Absatz-Funktion $x(p)$ mit $x' < 0$ gegeben

  Ziel: Gewinnmaximierung

$$\max_p G(p) = p \cdot x(p) - K\big(x(p)\big)$$

$$G' = x(p) + p \cdot \frac{dx}{dp} - K'(x) \cdot \frac{dx}{dp} = 0 \quad \Rightarrow p^* \cdot \left(1 + \frac{x(p^*)}{p^*} \cdot \frac{1}{dx/dp}\right) = K'\big(x(p^*)\big)$$

$$p^* \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta^*}\right) = K'\big(x(p^*)\big)$$

$$p^* = \frac{\eta^*}{(1+\eta^*)} \cdot K'\big(x(p^*)\big)$$

$$\left[\eta = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} < 0\right]$$

$$\left[\eta^* < -1\right]$$

Beispiele

- **Fall 1: Lineare Preis-Absatz-Funktion, lineare Kostenfunktion**

$$x(p) = \alpha - \beta \cdot p \qquad \eta = -\beta \cdot \frac{p}{(\alpha - \beta \cdot p)}$$

$$\Rightarrow p^* \cdot \left(1 + \frac{1}{\eta^*}\right) = p^* \cdot \left(2 - \frac{\alpha}{\beta \cdot p}\right) = 2 \cdot p^* - \frac{\alpha}{\beta} = k$$

$$p^* = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} + k\right)$$

- **Fall 2: Multiplikative Preis-Absatz-Funktion, lineare Kostenfunktion**

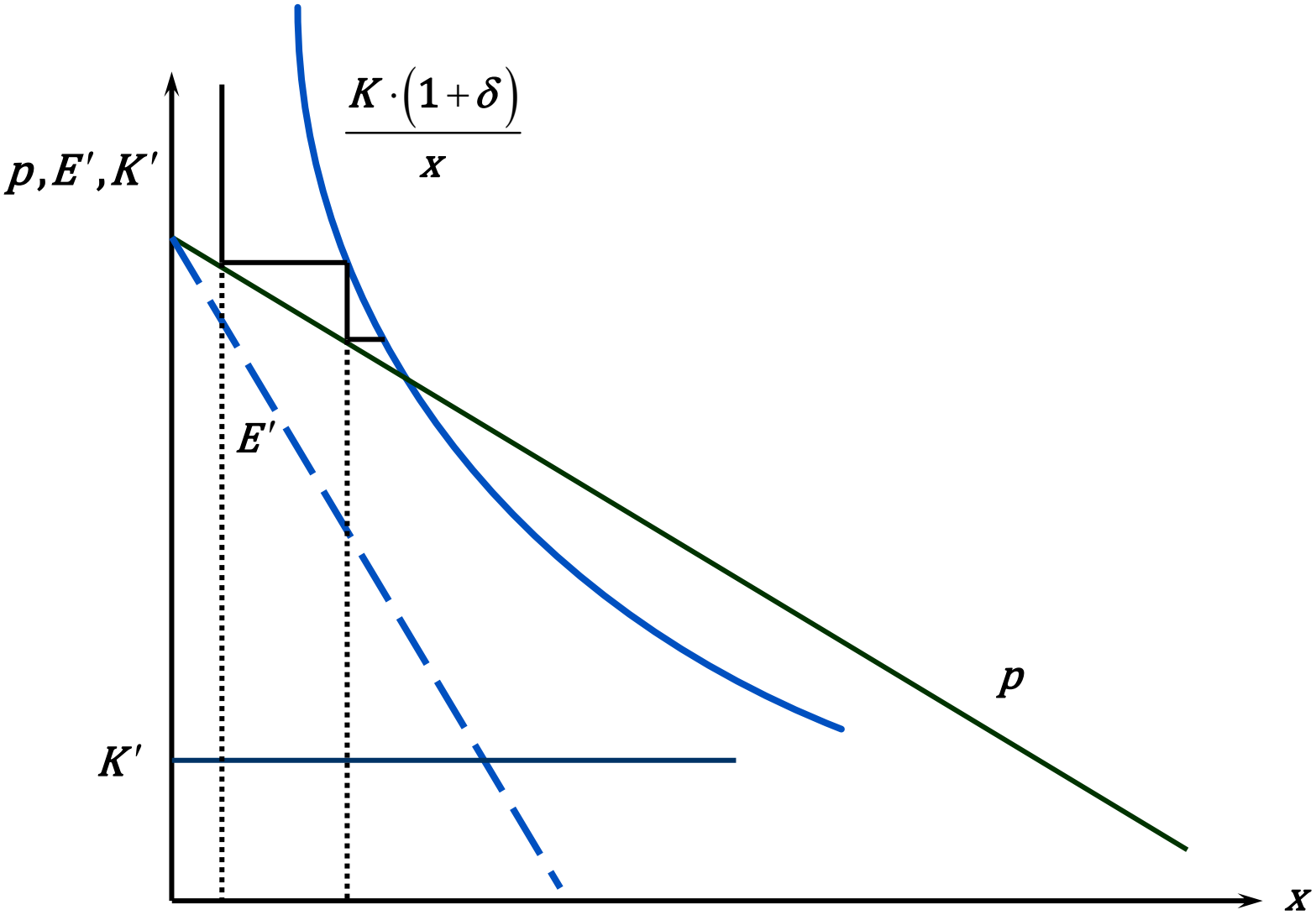
$$x(p) = \alpha \cdot p^{\beta} \left[\beta < -1\right] \qquad \eta = \beta \cdot \alpha \cdot p^{\beta - 1} \cdot \frac{p}{\alpha \cdot p^{\beta}} = \beta$$

$$p^* = \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot k$$

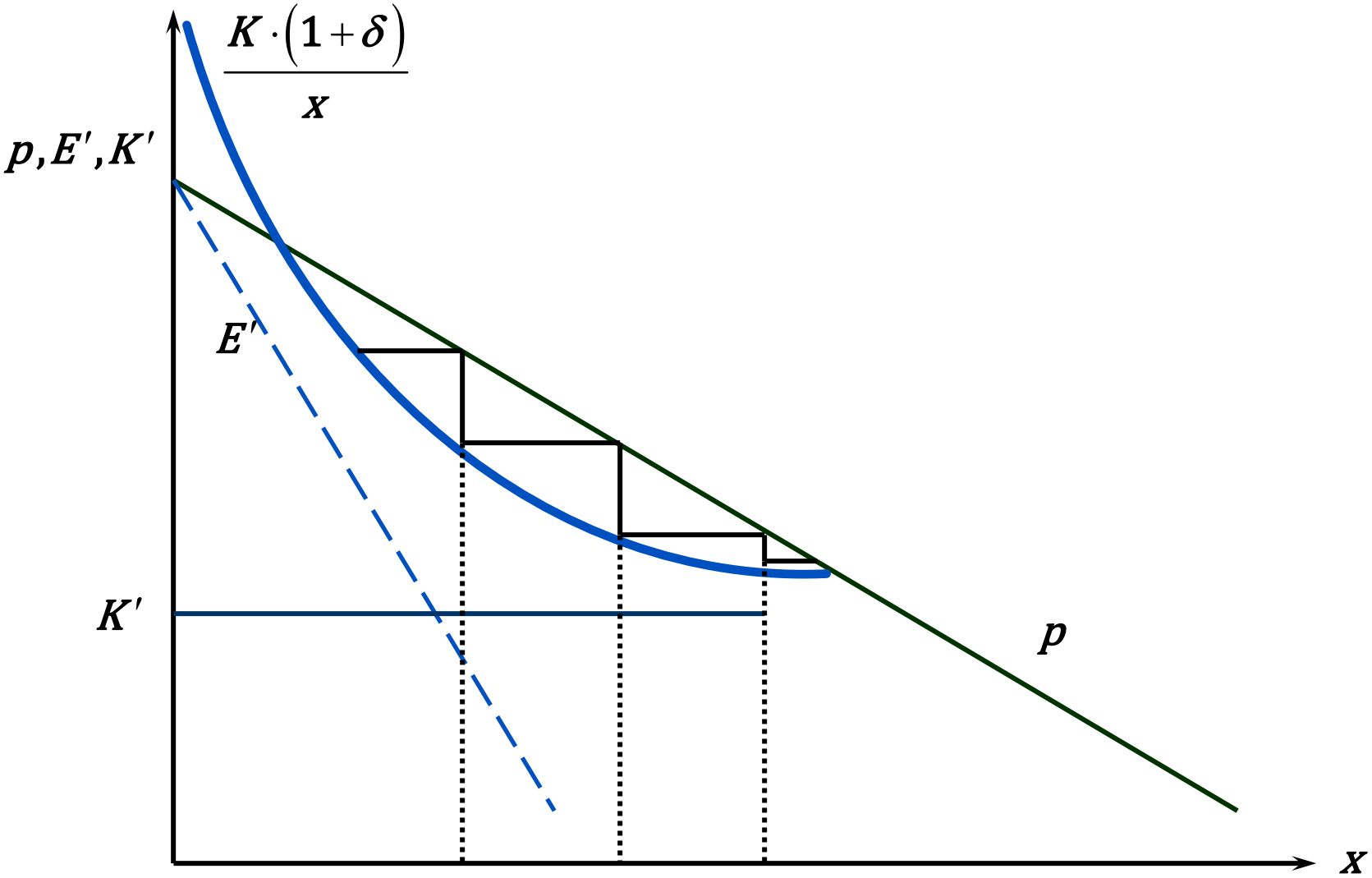
Eigenschaften

- Relevant ist neben der PAF die Grenzkostenfunktion
- Fixkosten sind im obigen Szenario nicht relevant
- Positive Periodengewinne sind trotz optimaler Preisbildung nicht garantiert
- "Kosten-plus"-Preisbildung $p = (1 + \delta) \cdot k$ vernachlässigt Marktseite
- Nur in ganz speziellen Fällen geeignet (s.u.)
- Besonders problematisch, wenn auf Vollkostenbasis angewandt

Vollkostenkalkulation
- aus dem Markt hinaus -



Vollkostenkalkulation
- in den Markt hinein -



Eignung der "Kosten-plus"-Preisbildung

$$p = k \cdot (1 + \delta) \qquad \text{versus} \qquad p^* = \frac{\eta^*}{(1 + \eta^*)} \cdot K'(x(p^*))$$

- Nur variable Kosten, und konstant pro Stück
- Preis-Absatz-Funktion weist konstante Elastizität auf: Aufschlag $d = h/(1 + h) - 1$
- Lineare Preis-Absatz-Funktion: Aufschlag $d = [a/(b\,k) - 1]/2$

$$\left[p^* = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta} + k \right) \right]$$

Dynamische Preisstrategien

- Zeitliche Interdependenzen, z.B.
  - Carry-Over-Effekten
  - Lebenszyklus
  - Kostendynamik (zB Verschleiß- und/oder Lerneffekte)
  - Unternehmenszielsetzungen

- Gesucht: Dynamische Preisstrategie $\{p_1, p_2, \ldots, p_T\}$

Erfassung der Interdependenzen über "dynamische" PAF

$x_t = x_t(p_1, p_2, \ldots, p_t)$ bzw. $x_t = x_t(x_1, x_2, \ldots, x_{t-1}, p_t)$

Optimale Preisstrategie

- Ziefunktion: Maximierung des Gewinnbarwerts (2 Perioden)

$$G = \left[p_1 \cdot x_1 - K(x_1) \right] \cdot \rho^{-1} + \left[p_2 \cdot x_2 - K(x_2) \right] \cdot \rho^{-2}$$

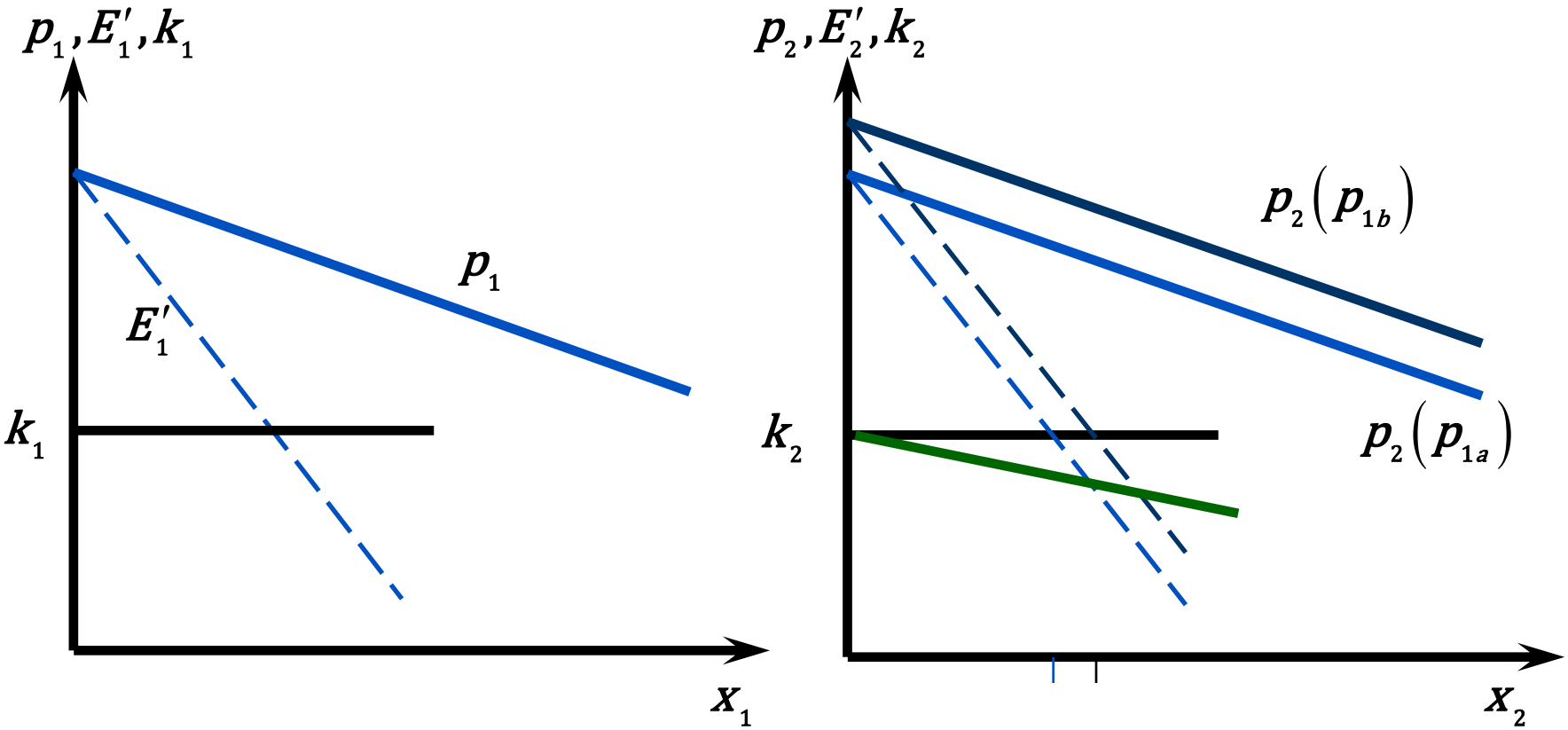
$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = \underbrace{x_1 + \left[p_1 - K'(x_1) \right] \cdot \frac{dx_1}{dp_1}}_{\text{Kurzfristige Lösung}} \cdot \rho^{-1} + \left[p_2 - K'(x_2) \right] \cdot \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dp_1} \cdot \rho^{-2} = 0$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} > 0 \Rightarrow p_1^* \text{ sinkt relativ zur kurzfristigen Lösung}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} < 0 \Rightarrow p_1^* \text{ steigt relativ zur kurzfristigen Lösung}$$

Künftige Kosten können auch Bedeutung für die Preisstrategie haben

Dynamische Preisstrategien
- Grafik -



Preisstrategien bei Kostendynamik (1)

- $k_t = (x_1, x_2, ..., x_{t-1}, x_t)$
- **Lerneffekte**
  - Basisstückkosten bk_t
  - Änderungsfaktoren $c_t(x_t)$
  - Stückkosten:

$$k_t = \left[\prod_{\tau=1}^{t-1}\left(1 + c_\tau\left(x_\tau\right)\right)\right] \cdot bk_t \qquad t = 1,\ldots,T; k_1 = bk_1 \qquad c_t'\left(x_t\right) < 0$$

- **Verschleißeffekte**

$$c_t'\left(x_t\right) > 0$$

- **Betrachtung in $t = 1$, Annahme: Gegebene Mengen für $t > 1$**

Preisstrategien bei Kostendynamik (2)

Modifizierter Faktor für die Auszahlungen je Produkteinheit

$$\bar{k}_t = \left[\prod_{\tau=2}^{t-1} \left(1 + c_\tau(\bar{x}_\tau) \right) \right] \cdot bk_t \qquad t = 2, \ldots, T;\ \bar{k}_2 = bk_2$$

Auszahlungskapitalwert

$$KW_a = k_1 \cdot x_1 \cdot \rho^{-1} + \left(1 + c_1(x_1) \right) \cdot \sum_{t=2}^{T} \bar{k}_t \cdot \bar{x}_t \cdot \rho^{-t} + \sum_{t=1}^{T} A_t^F \cdot \rho^{-t}$$

Grenzkosten einer Mengeneinheit

$$KW_a'(x_1) = k_1 \cdot \rho^{-1} + c_1'(x_1) \cdot \sum_{t=2}^{T} \bar{k}_t \cdot \bar{x}_t \cdot \rho^{-t}$$

Preisstrategien bei Kostendynamik (3)

Optimum

$$\left[p_1'(\hat{x}_1)\cdot\hat{x}_1 + p_1(\hat{x}_1) - k_1\right]\cdot\rho^{-1} - c_1'(\hat{x}_1)\cdot\sum_{t=2}^{T}\bar{k}_t\cdot\bar{x}_t\cdot\rho^{-t} = 0$$

$$p_1'(\hat{x}_1)\cdot\hat{x}_1 + p_1(\hat{x}_1) - k_1 - c_1'(\hat{x}_1)\cdot\sum_{t=2}^{T}\bar{k}_t\cdot\bar{x}_t\cdot\rho^{-(t-1)} = 0$$

- Lerneffekt

$$\hat{x}_1 > x_1^* \qquad \text{bzw.} \qquad \hat{p}_1 < p_1^*$$

- Verschleißeffekt

$$\hat{x}_1 < x_1^* \qquad \text{bzw.} \qquad \hat{p}_1 > p_1^*$$

Konsequenzen in Fall 2

- **Lerneffekt** $\hat{x}_1 > x_1^*$
  - Investition in Erfahrung
  - "Überproduktion"

- **Verschleißeffekt** $\hat{x}_1 < x_1^*$
  - "Unterproduktion"

Probleme

- Woher stammen die künftigen Mengen für $t = 2, \ldots, T$?
- Annahme: Langfristig optimaler Plan liegt vor
- Müssten dafür aber nicht analoge Zusammenhänge wie für $t = 1$ gelten?
- Führt letztlich auf *Totalmodelle*

Beispiel – Annahmen

- **Zweiperiodiges Problem**

Zinssatz $i = 0{,}25$

Gleiche Preis-Absatz-Funktionen für beide Perioden
$p_t(x_t) = p(x_t) = 100 - 2x_t$

Keine fixen Periodenauszahlungen

Variable Stückauszahlungen $k_1 = k_2 = 20$

Investitionsauszahlung $I = 780$

Verschleißeffekt $c(x_1) = 0{,}1 \cdot x_1$

Statische Optimierung

Erlöse $100x - 2x^2$ und Grenzerlöse $100 - 4 \cdot x$

Grenzkosten in der ersten Periode 20

Bedingung 1. Ordnung $\quad \mathbf{100 - 4 \cdot x_1^* = 20} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x_1^* = \frac{80}{4} = 20}$

Zahlungsüberschuss $\quad \mathbf{100 \cdot 20 - 2 \cdot 20^2 - 20 \cdot 20 = 800}$

Grenzkosten in der zweiten Periode $\quad \mathbf{k_2(x_1) = 20(1 + 0,1 \cdot x_1) = 60}$

Bedingung 1. Ordnung $\quad \mathbf{100 - 4 \cdot x_2^* = 60} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x_2^* = \frac{40}{4} = 10}$

Zahlungsüberschuss $\quad \mathbf{100 \cdot 10 - 2 \cdot 10^2 - 10 \cdot 60 = 200}$

Kapitalwert $\quad \boxed{\mathbf{KW = \frac{800}{1,25} + \frac{200}{1,25^2} - 780 = -12}}$

"Dynamische" Optimierung via Gleichungssystem (1)

Zinssatz wird vorerst allgemein berücksichtigt

Kapitalwert

$$KW = \frac{100 \cdot x_1 - 2 \cdot x_1^2 - 20 \cdot x_1}{1 + i} + \frac{100 \cdot x_2 - 2 \cdot x_2^2 - (1 + 0,1 \cdot x_1) \cdot 20 \cdot x_2}{(1 + i)^2} - 780$$

Bedingungen 1. Ordnung

$$\frac{\partial KW}{\partial x_1} = \frac{80 - 4 \cdot \hat{x}_1}{1 + i} - \frac{2 \cdot \hat{x}_2}{\left(1 + i\right)^2} = 0$$

$$\frac{\partial KW}{\partial x_2} = \frac{80 - 4 \cdot \hat{x}_2 - 2 \cdot \hat{x}_1}{\left(1 + i\right)^2} = 0 \qquad \Rightarrow \hat{x}_2 = 20 - 0,5 \cdot \hat{x}_1$$

Dynamische Optimierung via Gleichungssystem (2)

Einsetzen in die erste Bedingung ergibt

$$\frac{80-4\cdot\hat{x}_1}{1+i}-\frac{2\cdot\left(20-0{,}5\cdot\hat{x}_1\right)}{\left(1+i\right)^2}=0 \qquad \frac{\left(80-4\cdot\hat{x}_1\right)\cdot\left(1+i\right)}{\left(1+i\right)^2}-\frac{\left(40-\hat{x}_1\right)}{\left(1+i\right)^2}=0$$

$$\hat{x}_1=\frac{40+80\cdot i}{\left(3+4\cdot i\right)}$$

$$\left[\hat{x}_1\left(i=0{,}25\right)=15\right]$$
$$\left[\hat{x}_1\left(i=0\right)=13{,}\overline{3}\right]$$
$$\left[\hat{x}_1\left(i\to\infty\right)=80/40=20=x_1^*\right]$$

$$\hat{x}_2=20-\frac{\left(20+40\cdot i\right)}{\left(3+4\cdot i\right)}$$

$$\left[\hat{x}_2\left(i=0{,}25\right)=12{,}5\right]$$
$$\left[\hat{x}_2\left(i=0\right)=13{,}\overline{3}\right]$$
$$\left[\hat{x}_2\left(i\to\infty\right)=10\right]$$

Kapitalwert (i = 0,25)

$$KW=\frac{750}{1{,}25}+\frac{312{,}5}{1{,}25^2}-780=+20$$

Einfluss höherer Zinssätze

Verschleißeffekt

- Höhere Menge in $t = 1$
- Höherer Überschuss $\ddot{U}_1$
- Geringere Menge in $t = 2$
- Geringerer Überschuss $\ddot{U}_2$
- Niedrigerer Kapitalwert

Lerneffekt

- Geringere Menge in $t = 1$
- Höherer Überschuss $\ddot{U}_1$
- Geringere Menge in $t = 2$
- Geringerer Überschuss $\ddot{U}_2$
- Niedrigerer Kapitalwert

und umgekehrt für niedrigere Zinssätze

Produktinterdependenzen

Ursachen

- Substitutive Beziehungen
- Komplementäre Beziehungen
- Produktbündelung
- Kosteninterdependenzen

Analyse von Produkt-Marktinterdependenzen

- Erfassung durch gemeinsame Preis-Absatz-Funktion

$$x_j = x_j\left(p_1, p_2\right) \quad \text{bzw} \quad x_j\left(p_j, x_i\right) \quad \text{für} \quad i, j = 1,2 \quad \text{und} \quad i \neq j$$

- Maximierung des Gesamtgewinns der Periode

$$G = \left(p_1 \cdot x_1 - K(x_1)\right) + \left(p_2 \cdot x_2 - K(x_2)\right)$$

$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = x_1 + \left(p_1 - K'(x_1)\right) \cdot \frac{\partial x_1}{\partial p_1} + \left(p_2 - K'(x_2)\right) \cdot \frac{\partial x_2}{\partial p_1} = 0$$

$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} > 0 \Rightarrow$ Substitutivität mit (c.p.) preiserhöhendem Effekt

$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} < 0 \Rightarrow$ Komplementarität mit (c.p.) preissenkendem Effekt

Kostenallokationen und Produktinterdependenzen

- **Beispiel:** **Zwei substitutive Produkte mit folgenden PAF**

  $x_1 = 100 - 2p_1 + p_2$ und $k_1 = 4$

  $x_2 = 200 - 2p_2 + p_1$ und $k_2 = 5$

  Fixkosten 5.096,5

Unternehmen maximiert gesamten Deckungsbeitrag

$$D = (p_1 - 4)(100 - 2 \cdot p_1 + p_2) + (p_2 - 5) \cdot (200 - 2 \cdot p_2 + p_1)$$

$$\frac{\partial D}{\partial p_1} = 100 - 2 \cdot p_1 + p_2 - 2 \cdot (p_1 - 4) + p_2 - 5 = 103 - 4p_1 + 2 \cdot p_2 = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial p_2} = 200 - 2 \cdot p_2 + p_1 - 2 \cdot (p_2 - 5) + p_1 - 4 = 206 - 4 \cdot p_2 + 2 \cdot p_1 = 0$$

$$p_1^* = 68{,}\overline{6} \;;\; p_2^* = 85{,}8\overline{3} \qquad x_1^* = 48{,}5 \;;\; x_2^* = 97$$

$$D^* = 10.977{,}1\overline{6}$$

Isolierte Lösungen

- Annahme jetzt: Beide Produktbereiche entscheiden isoliert
  Jeder Bereich maximiert seinen Deckungsbeitrag
  Bereich 1 maximiert $D_1 = (p_1 - 4)\cdot(100 - 2\cdot p_1 + p_2)$
  Bereich 2 maximiert $D_2 = (p_2 - 5)\cdot(200 - 2\cdot p_2 + p_1)$

Die daraus folgenden Lösungen ergeben sich aus

$$\frac{\partial D_1}{\partial p_1} = 100 - 2\cdot p_1 + p_2 - 2\cdot(p_1 - 4) = 108 - 4\cdot p_1 + p_2 = 0$$

$$\frac{\partial D_2}{\partial p_2} = 200 - 2\cdot p_2 + p_1 - 2\cdot(p_2 - 5) = 210 - 4\cdot p_2 + p_1 = 0$$

$$\hat{p}_1 = 42{,}8;\ \hat{p}_2 = 63{,}2 \qquad \hat{x}_1 = 77{,}6;\ \hat{x}_2 = 116{,}4$$

$$\hat{D}_1 = 3.010{,}88;\ \hat{D}_2 = 6.774{,}48;\ \hat{D} = 9.785{,}36$$

Interpretation der Unterschiede

- **Bei der insgesamt optimalen Lösung ergäbe sich:**

$$D^*_1 = 3.136{,}33$$
$$D^*_2 = 7.840{,}83$$

- Beide sind größer als bei isolierter Optimierung
- Warum also die Abweichung?
- Grund: Gegeben den Preis des jeweils anderen, hat jeder Bereich einen Anreiz, abzuweichen
- An der Stelle der insgesamt optimalen Preise beträgt zB der Grenzdeckungsbeitrag für Bereich 1 ist –80,83
- Daher entsteht Anreiz zur Preissenkung
- Mengenreduzierung bei anderem Bereich spielt direkt keine Rolle
- Der Gesamteffekt dieses beidseitigen Handelns ist indes fatal

Lösungsidee: Allokation der Fixkosten

Bei allgemein gegebenen Kostensätzen folgt

$$\frac{\partial D_1}{\partial p_1} = 100 - 2 \cdot p_1 + p_2 - 2 \cdot (p_1 - k_1) = 0 \qquad \Rightarrow p_1 = 25 + \frac{p_2}{4} + \frac{k_1}{2}$$

$$\frac{\partial D_2}{\partial p_2} = 200 - 2 \cdot p_2 + p_1 - 2 \cdot (p_2 - k_2) = 0 \qquad \Rightarrow p_2 = 50 + \frac{p_1}{4} + \frac{k_2}{2}$$

Gesucht solche k_j, so dass die insgesamt optimale Lösung resultiert!

Lösungsidee: Allokation der Fixkosten

$$68,\overline{6} = 25 + \frac{85,8\overline{3}}{4} + \frac{\hat{k}_1}{2} \qquad \Rightarrow \hat{k}_1 = 44,416$$

$$85,8\overline{3} = 50 + \frac{68,\overline{6}}{4} + \frac{\hat{k}_2}{2} \qquad \Rightarrow \hat{k}_2 = 37,33$$

$$37,33 = 5 + \frac{\alpha_2 \cdot 5.096,5}{97} \Rightarrow \alpha_2 = 0,6154$$

$$44,416 = 4 + \frac{\alpha_1 \cdot 5.096,5}{48,5} \Rightarrow \alpha_1 = 0,3846$$

Diskussion

- Im Beispiel existiert eine Fixkostenallokation mit den gewünschten Eigenschaften
- Für deren Konstruktion wurde aber die optimale Lösung benötigt
- Dann braucht man aber die Allokation zunächst nicht (oder?)
- Außerdem war die Höhe der Fixkosten so gewählt, dass Verteilung der gesamten Fixkosten resultierte
- Andernfalls bleibt etwas übrig oder es reicht nicht
- Bei Komplementarität müssten analog die variablen Kosten gesenkt werden
- Allokation der Fixkosten kann aber im Rahmen von Koordinationsüberlegungen ein approximatives Mittel sein
- Bereiche entscheiden isoliert mit besseren Informationen
- Fixkostenallokation bringt Lösung bei Substitutivität in “richtige” Richtung

Optimale Preise, Kosten und Konkurrenz

- **Beispiel:**

  Zwei Unternehmen 1 und 2 stellen ein homogenes Produkt her.

  Variable Stückkosten: $k_1 = k_2 = k$

  Beide Unternehmen geben gleichzeitig ihre Preise p_j bekannt

  Aufteilung der Nachfrage entsprechend der PAF des Marktes

  Unternehmen müssen diese Nachfrage mit Absatzmengen x_1 und x_2 anschließend erfüllen

  Nachfrager werden gänzlich vom Unternehmen mit dem geringeren bekannt gegebenen Preis kaufen, das andere Unternehmen geht leer aus

Bertrand-Gleichgewicht

- Angenommen, Unternehmen 1 wüsste, dass Unternehmen 2 den Preis $p_2 > k$ anbietet

  Optimale Preisentscheidung: $p_1 = p_2 - e$

  Einziges Gleichgewicht $p^*_1 = p^*_2 = k$

  Was ist, wenn variable Kosten der beiden Unternehmen unterschiedlich sind, etwa $k_1 < k_2$?

- Optimaler Preis $p^*_1 = k_2 - e$ (es sei denn, der Monopolpreis liegt darunter)
- Optimaler Preis von Unternehmen 1 *alleine* von den variablen Kosten des Unternehmens 2 abhängig
- Annahme bisher: Unternehmen kennen die Kosten des jeweiligen Konkurrenten

Kalkulation bei Ausschreibungen

- Ausschreibung ist besonderes "Versteigerungsverfahren"
- Typisches Beispiel: *closed bid*
  - Angebote gehen verschlossen ein
  - werden zu einem bestimmten Zeitpunkt geöffnet
  - Auftraggeber wählt das für ihn "beste" Angebot
- Wichtig sind im allgemeinen:
  - Preis des Angebot
  - Qualität der Leistung
  - Erfahrung und Verlässlichkeit des Anbieters, etc
- Im folgenden Beschränkung auf den Angebotspreis
- Anbieter maximiert den angebotsspezifischen erwarteten Gewinn

$$\max_{p} \mathrm{E}[G] = (p - k) \cdot \Phi(p) \qquad \Phi' < 0$$

Angebotspreis, Kosten und Aufschlag

$$\max_{p} \; \mathrm{E}\left[G\right] = (p-k)\cdot\Phi(p) \qquad \left[\Phi', \Phi'' < 0\right]$$

$$\frac{\partial \mathrm{E}\left[G\right]}{\partial p} = \Phi\left(p^*\right) + \left(p^* - k\right)\cdot\Phi' = 0$$

$$p^* = k - \frac{\Phi\left(p^*\right)}{\Phi'}$$

Aus $\dfrac{\partial^2 \mathrm{E}}{\partial p \partial k} + \dfrac{\partial^2 \mathrm{E}}{\partial p^2}\cdot\dfrac{dp^*}{dk} = 0$ folgt:

$$\frac{dp^*}{dk} = -\left(\frac{\partial^2 \mathrm{E}}{\partial p \partial k}\right)\cdot\left(\frac{\partial^2 \mathrm{E}}{\partial p^2}\right)^{-1} = \frac{\Phi'}{(2\cdot\Phi' + p\cdot\Phi'')}$$

$$0 < \frac{\Phi'}{(2\cdot\Phi' + p^*\cdot\Phi'')} < 1$$

Eigenschaften der Lösung

- **Vollkosten spielen keine Rolle**
- **Höhere variable Kosten führen zu nicht gleich großer Preiserhöhung**
- **"Kosten-plus"-Preisbildung auch hier problematisch**
  Aufschlag würde vom Kostenniveau abhängen
  (keine Konstanz)
  Daher wäre Kenntnis der optimalen Lösung erforderlich

- **Kosten der Angebotserstellung**
  - irrelevant für p^*
  - Entscheidung für Abgabe eines Angebots durch Vergleich von
    - erwartetem Deckungsbeitrag bei optimalem Angebotspreis
    - Kosten der Angebotserstellung