

In dieser Aufgabe soll das Minimum der Funktion $b(x)$ bestimmt werden. Wir bilden dazu zunächst die erste und die zweite Ableitung.

$$b'(x) = \frac{1}{25} \cdot \left(-\frac{7225}{x^2} + 1 \right)$$

$$b''(x) = \frac{1}{25} \cdot \frac{14450}{x^3} = \frac{578}{x^3}$$

Um das Minimum dieser Funktion zu bestimmen, muss $b'(x) = 0$ und $b''(x) > 0$ gelten.

$$b'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{25} \cdot \left(-\frac{7225}{x^2} + 1 \right) = 0$$

liefert

$$x = \pm 85$$

Die negative Lösung können wir aufgrund der Bedingung $x \geq 60$ ausschließen.

Um zu überprüfen, ob an der Stelle $x = 85$ tatsächlich ein Minimum vorliegt, wird dieser Wert noch in die zweite Ableitung eingesetzt. Wir erhalten:

$$b''(85) = \frac{578}{85^3} = 0,00094 > 0$$

Am wenigsten Benzin wird daher bei einer Geschwindigkeit von

$$x_{min} = 85 \text{ km/h}$$

verbraucht.

Für 100 km werden daher

$$b(85) = \frac{1}{25} \cdot \left(\frac{7225}{85} + 85 \right)$$

verbraucht.

Für die Strecke Graz – Wien (200 km) werden daher $2 \cdot 6,8$ also

$$13,6 \text{ Liter Benzin}$$

verbraucht.

Somit ist Antwort 1 richtig.