## 1. Translation

Zwei Autos starten in den Orten A und B zur gleichen Zeit und fahren auf einer geraden Strecke aufeinander zu. A und B liegen 17.88 km voneinander entfernt. Beide Autos beschleunigen aus dem Stand mit 1.50 m $s^{-2}$. Fahrzeug A erreicht eine Maximalgeschwindigkeit von 75.6 km $h^{-1}$, während Fahrzeug B maximal 108 km $h^{-1}$ fährt.

(a) Nach welcher Zeit (in Sekunden) erreichen Fahrzeug A und B ihre jeweiligen Maximalgeschwindigkeiten? (30 Punkte)

$$v_a = 75.6\ \mathrm{km\ h^{-1}}/3.6\ \mathrm{km\ s\ m^{-1}h^{-1}} = 21\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

$$v_b = 108\mathrm{km\ h^{-1}}/3.6\ \mathrm{km\ s\ m^{-1}h^{-1}} = 30\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

$$v = a * t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v}{a}$$

$$t_a = \frac{v_a}{a} = \frac{21\ \mathrm{m\ s^{-1}}}{1.50\ \mathrm{ms^{-2}}} = \mathbf{14.0\ s}$$

$$t_b = \frac{v_b}{a} = \frac{30\ \mathrm{m\ s^{-1}}}{1.50\ \mathrm{ms^{-2}}} = \mathbf{20.0\ s}$$

(b) Welche Strecke haben die Fahrzeuge A und B zurückgelegt, bis sie ihre Maximalgeschwindigkeiten erreicht haben? (30 Punkte)

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2$$

$$x_{a0} = \frac{1}{2}at_a^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v_a}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{v_a^2}{a} = \frac{1}{2}\frac{(21\ \mathrm{m\ s^{-1}})^2}{1.50\ \mathrm{ms^{-2}}} = \mathbf{147\ m}$$

$$x_{b0} = \frac{1}{2}\frac{v_b^2}{a} = \frac{1}{2}\frac{(30\ \mathrm{m\ s^{-1}})^2}{1.50\ \mathrm{ms^{-2}}} = \mathbf{300\ m}$$

(c) In welchem Abstand von Ort A treffen sich die beiden Fahrzeuge? (40 Punkte)

$$x(t) = vt + x_0$$

Da Fahrzeug A schon 6 s früher als Fahrzeug B seine Maximalgeschwindigkeit erreicht und Fahrzeug B in die entgegengesetzte Richtung von Fahrzeug A fährt:

$$x_a(t) = x_{a0} + v_a(t + 6\ \mathrm{s})$$

$$x_b(t) = (17880\ \mathrm{m} - x_{b0}) - v_b t$$

Zum Zeitpunkt $t'$ wenn sich die Autos treffen muss gelten:

$$x_a(t') = x_b(t')$$

$$x_{a0} + v_a(t' + 6\ \mathrm{s}) = (17880\ \mathrm{m} - x_{b0}) - v_b t'$$

$$17880\ \mathrm{m} - x_{b0} - x_{a0} - v_a * 6\ \mathrm{s} = (v_a + v_b)t'$$

$$t' = \frac{17880\ \mathrm{m} - x_{b0} - x_{a0} - v_a * 6\ \mathrm{s}}{v_a + v_b}$$

$$t' = \frac{17880\ \mathrm{m} - 300\ \mathrm{m} - 147\ \mathrm{m} - 21\ \mathrm{m\ s^{-1}} * 6\ \mathrm{s}}{21\ \mathrm{m\ s^{-1}} + 30\ \mathrm{m\ s^{-1}}} = 339.3529411764706\ \mathrm{s}$$

$$x_a(t') = x_{a0} + v_a(t' + 6\ \mathrm{s}) = 147\ \mathrm{m} + 21\ \mathrm{m\ s^{-1}} * (339.3529411764706\ \mathrm{s} + 6\ \mathrm{s})$$

$$x_a(t') = 7399.41176470588\ \mathrm{m}$$

$$\boldsymbol{x_a(t') = 7.40\ \mathrm{km}}$$

Zur Kontrolle kann man $x_b(t')$ berechnen:

$$x_b(t') = 17880\ \mathrm{m} - 300\ \mathrm{m} - 30\ \mathrm{m\ s^{-1}} * 339.3529411764706\ \mathrm{s}$$

$$x_b(t') = 7399.41176470588\ \mathrm{m}$$

**2. Plattenkondensator**

An einem Kondensator mit einem Abstand von exakt 1 cm zwischen den horizontalen Platten liegt eine Spannung von 500 V an. Zwischen den Platten befinden sich Teilchen mit einer Masse von 20 µg.

(a) Welche Ladung (in Coulomb) müssen die Teilchen haben, damit sie auf Grund der Gravitation zwischen den Platten schweben? (Auftrieb sei zu vernachlässigen.) (40 Punkte)

*Anm. zu den Einheiten: 1 CV = 1 J*

Die elektrische Kraft, die auf die Teilchen wirken muss gleich groß sein, wie die auf sie wirkende Gravitationskraft:

$$F_{el} = F_g$$

$$mg = qE$$

Mit $U = dE$:

$$mg = q\frac{U}{d}$$

$$q = \frac{mgd}{U} = \frac{20 \times 10^{-9}\ \mathrm{kg} * 9.81\ \mathrm{m\ s^{-2}} * 0.01\ \mathrm{m}}{500\ \mathrm{V}} = 3.9240 * 10^{-12}\ \frac{\mathrm{kg\ m^2 s^{-2}}}{V}$$

$$\boldsymbol{q} = 3.9 * 10^{-12}\ \frac{\mathrm{J}}{V} = \boldsymbol{3.9 * 10^{-12}\ \mathrm{C}}$$

(b) Auf welche Geschwindigkeit wird ein einzelnes Proton, das anfangs in Ruhe ist, ($m_p$ = $1.6726\times10^{-27}$ kg, e = $1.602\times10^{-19}$ C) im Plattenkondensator maximal beschleunigt? (Die Gravitation kann hier vernachlässigt werden.) (40 Punkte)

Elektrische Energie des Kondensators wird in kinetische Energie des geladenen Teilchens umgewandelt:

$$qU = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C} * 500\ \mathrm{V}}{1.6726 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}}} = 30.948186807\ \times 10^{4} \sqrt{\frac{\mathrm{CV}}{\mathrm{kg}}}$$

Einheiten:

$$\sqrt{\frac{\mathrm{CV}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{kg\ m^2}}{\mathrm{kg\ s^2}}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\boldsymbol{v = 3.09\ \times 10^{5}\ \mathrm{m\ s^{-1}}}$$

(c) Wie groß müsste die Spannung am Kondensator sein, um ein Proton auf die doppelte Geschwindigkeit wie in (b) zu beschleunigen? (20 Punkte)

$$2 * v = 2 * \sqrt{\frac{2qU}{m}} = \sqrt{\frac{2q * 4U}{m}}$$

$$U_2 = 4 * U = 4 * 500\ \mathrm{V} = 2000\ \mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{U_2 = 2.00\ \mathrm{kV}}$$

**3. Linse**

Eine konvexe Linse mit einer Brennweite von 2.75 cm befindet sich in einem Abstand von 3.50 cm eines Objekts, das in Bezug auf die optische Achse 15 mm hoch ist.

(a) Berechnen Sie die Bildweite und die Vergrößerung. (30 Punkte)

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

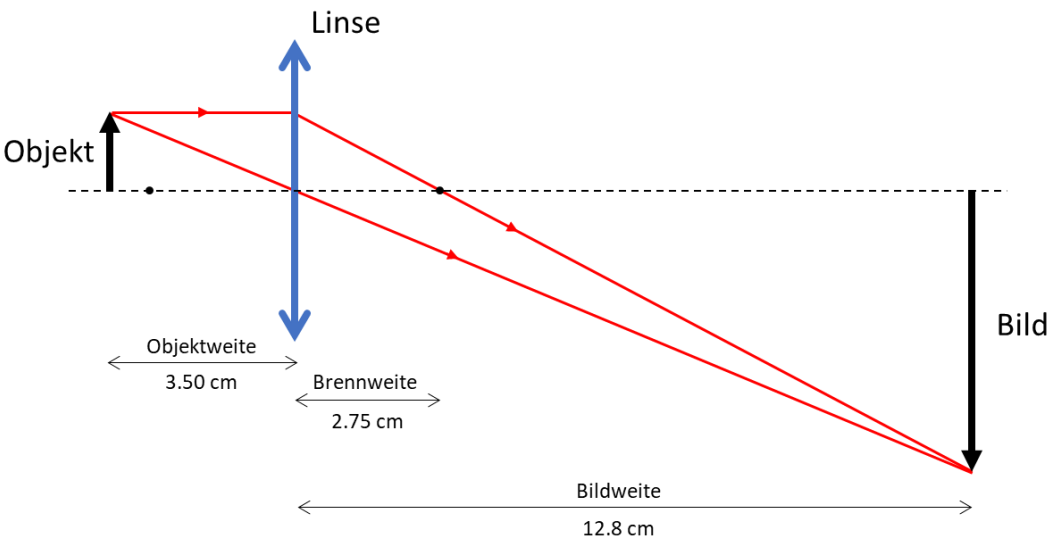
$$\frac{1}{3.50\ \mathrm{cm}} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2.75\ \mathrm{cm}}$$

$$\frac{1}{b} = 0.07792207792\ \mathrm{cm^{-1}}$$

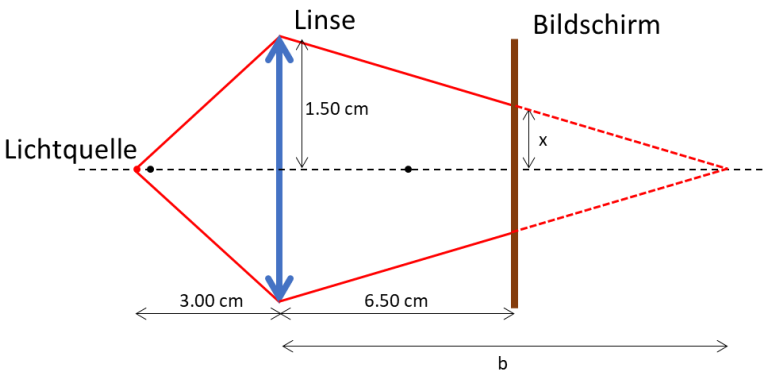
$$b = 12.8333333333\ \mathrm{cm}$$

$$\boldsymbol{b = 12.8\ \mathrm{cm}}$$

(b) Fertigen Sie eine Zeichnung (mit korrekten Abmessungen) von Objekt, Linse, Brennpunkten und Bild an. Zeichnen Sie auch den Weg ein, entlang dessen sich das Licht ausbreitet. Beschriften Sie Ihre Zeichnung! (40 Punkte)




(c) Das Objekt wird nun weggenommen und stattdessen wird eine punktförmige Lichtquelle in einem Abstand von 3.00 cm von der Linse auf der optischen Achse positioniert. Berechnen Sie den Durchmesser des Lichtkreises, der sich daraus (bei einem Linsendurchmesser von 3.00 cm) auf einem Bildschirm im Abstand von 6.50 cm von der Linse ergibt. (30 Punkte)




$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{2.75\ \text{cm}} - \frac{1}{3.00\ \text{cm}}$$

$$b = 33.0\ \text{cm}$$

Aus den Dreiecken ergibt sich (s. Abb.):

$$\frac{1.50\ \text{cm}}{33.0\ \text{cm}} = \frac{x}{33.0\ \text{cm} - 6.50\ \text{cm}}$$

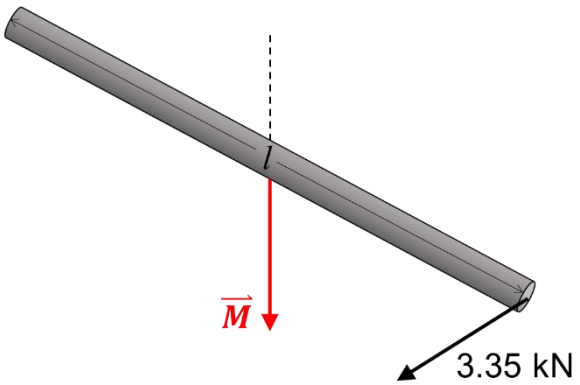
$$x = 1.20454545454\ \text{cm}$$

Der Lichtkreis auf dem Bildschirm hat einen Durchmesser:

$$d = 2x = 2.40909090909 \text{ cm}$$

$$\boldsymbol{d = 2.41 \text{ cm}}$$

**4. Rotierender Stab**




Ein dünner Stab (anfangs in Ruhe) hat eine Länge von $l$ = 20.4 m und eine lineare Dichte von $\rho$ = 725 g m$^{-1}$. Der Stab wird nun mit einer Kraft von 3.35 kN, die für genau 3 s senkrecht auf ein Ende des Stabs wirkt, bewegt. Die Drehachse steht senkrecht zum Stab und kreuzt diesen in der Mitte.

(a) Wie groß ist das Drehmoment, das auf den Stab wirkt? Markieren Sie das Drehmoment im Diagramm. (20 Punkte)

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|M| = |r||F| \sin\theta$$

$$M = \frac{20.4}{2} \text{ m} * 3.35 * 10^3 \text{ N} * \sin 90°$$

$$M = 34170 \text{ Nm}$$

$$\boldsymbol{M = 3.42 * 10^4 \text{ Nm}}$$

*Das Drehmoment ist in der Abbildung rot markiert.*

(b) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit und die kinetische Rotationsenergie des Stabs nach genau 3 s. (40 Punkte)

$$\theta_{Stab} = \frac{1}{12} m l^2$$

$$\theta_{Stab} = \frac{1}{12} \rho l^3$$

$$\theta_{Stab} = \frac{1}{12} * 0.725 \text{ kg m}^{-1} * (20.4 \text{ m})^3$$

$$\theta_{Stab} = 512.9172 \text{ kg m}^2$$

$$M = \theta_{Stab} \alpha$$

$$\alpha = \frac{M}{\theta}$$

$$\alpha = \frac{34170\ \mathrm{kg\ m^2 s^{-2}}}{512.9172\ \mathrm{kg\ m^2}}$$

$$\alpha = 66.61893967\ \mathrm{s^{-2}}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega = 0 + 66.61893967\ \mathrm{s^{-2}} * 3\ \mathrm{s}$$

$$\omega = 199.856819\ \mathrm{s^{-1}}$$

$$\boldsymbol{\omega = 200\ \mathrm{s^{-1}}}$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\theta\omega^2$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} * 512.9172\ \mathrm{kg\ m^2} * (199.856819\ \mathrm{s^{-1}})^2$$

$$E_{rot} = 10243661.26\ \mathrm{kg\ m^2 s^{-2}}$$

$$\boldsymbol{E_{rot} = 10.2\ \mathrm{MJ}}$$

(c) Der Drehpunkt wird nun um 10.0 cm entlang des Stabs in die Richtung verschoben, an dessen Ende die Kraft wirkt. Berechnen Sie die kinetische Rotationsenergie. (40 Punkte)

$$\theta_{Stab} = \theta_{Schwepunkt} + md^2$$

$$\theta_{stab} = \frac{1}{12}ml^2 + md^2$$

$$\theta_{Stab} = 512.9172\ \mathrm{kg\ m^2} + 0.725\ \mathrm{kg\ m^{-1}} * 20.4\ \mathrm{m} * (0.1\ \mathrm{m})^2$$

$$\theta_{Stab} = 513.0651\ \mathrm{kg\ m^2}$$

$$\omega = \frac{M}{\theta_{Stab}}t$$

$$\omega = \frac{Fr}{\theta_{Stab}}t$$

$$\omega = \frac{3.35 * 10^3 \mathrm{kg\ m\ s^{-2}} * \left(\frac{20.4}{2} - 0.1\right)\mathrm{m}}{513.0651\ \mathrm{kg\ m^2}} * 3\ \mathrm{s}$$

$$\omega = 197.840391014\ \mathrm{s^{-1}}$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\theta\omega^2$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} * 513.0651\ \mathrm{kg\ m^2} * (197.840391014\ \mathrm{s^{-1}})^2$$

$$E_{rot} = 10040894.44\ \mathrm{kg\ m^2\ s^{-2}}$$

$$\boldsymbol{E_{rot} = 10.0\ \mathrm{MJ}}$$