

Arbeitsbericht zum Versuch „Temperaturverlauf“**Durchführung am 9. Nov. 2016, M. Maier und H. Huber (Gruppe 2)**

In diesem Versuch soll der Temperaturgradient entlang eines organischen Kristalls (Bezeichnung laut Beschriftung: PMMA21a), der an den beiden Enden durch Heiz- bzw. Kühlelemente auf unterschiedlichen konstanten Temperaturen gehalten wird, bestimmt werden. Das Ziel besteht in der Überprüfung des angenommenen linearen Temperaturverlaufs entlang des Kristalls sowie der Bestimmung der Temperaturen des Heiz- bzw. Kühlelements durch Extrapolation (also ohne direkte Messung).

Aufgabe und Ziele als Einleitung

Die Temperaturen werden während dieses Versuchs mit dem vorhandenen Thermosensor (Siemens: Modell MSA-211) gemessen. Die Messgenauigkeit wird vom Hersteller mit $\pm 0,1^\circ\text{C}$ angegeben, dementsprechend werden im Folgenden gemessene Temperaturwerte bis zur ersten Nachkommastelle angegeben. Der Messfehler bei der Bestimmung der Sensorposition wird mit $\pm 0,05\text{ cm}$ angegeben.

Grundlegende Informationen zu Beginn angeben

Um sicherzustellen dass äußere Effekte zu vernachlässigen sind wurde darauf geachtet dass die Bedingungen während des gesamten Versuchs konstant waren, Sonneneinstrahlung auf den Kristall vermieden (die zu inhomogener Erwärmung führen könnte), sichergestellt dass sich keine wärmenden Elemente (z.B. Heizung) in der Nähe befanden und die Temperaturmessung immer von derselben Person durchgeführt.

Alle Aufgaben aus der Angabe sind zu erfüllen

1) Bestimmung der Mittelwerte und experimentellen Fehler

	T_1 ($^\circ\text{C}$)	T_2 ($^\circ\text{C}$)	T_3 ($^\circ\text{C}$)
x-Position (cm)	0,2	0,6	0,8
Fehler der x-Position (cm)	0,05	0,05	0,05
Messwert 1 ($^\circ\text{C}$)	8,8	14,1	13,5
Messwert 2 ($^\circ\text{C}$)	6,0	9,7	17,4
Messwert 3 ($^\circ\text{C}$)	9,7	13,6	16,6
Messwert 4 ($^\circ\text{C}$)	7,2	10,9	13,9
Messwert 5 ($^\circ\text{C}$)	6,6	12,6	14,8
Mittelwert ($^\circ\text{C}$)	7,66	12,18	15,24
Standardabweichung ($^\circ\text{C}$)	1,38	1,65	1,52
Exp. Fehler ($^\circ\text{C}$)	0,62	0,74	0,68

Alle Ergebnisse übersichtlich darstellen und konsistent beschriften

Tabelle 1: Statistische Analyse der gemessenen Werte

Dabei wird an den drei Messpositionen S_1 (bei $x=0.2$ cm), S_2 (bei $x=0.6$ cm) und S_3 (bei $x=0.8$ cm) die Temperatur mit dem vorhandenen Thermosensor gemessen wobei x den Abstand der Messposition vom Kühlelement angibt (wie im Laborbuch dargestellt). Die dazugehörigen Temperaturen sind T_1 , T_2 und T_3 .

Damit ergeben sich folgende Werte als Ergebnisse der Messung (die Originalmesswerte sind in Tabelle 1 dargestellt):

$$T_1 = 7,7 \pm 0,6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

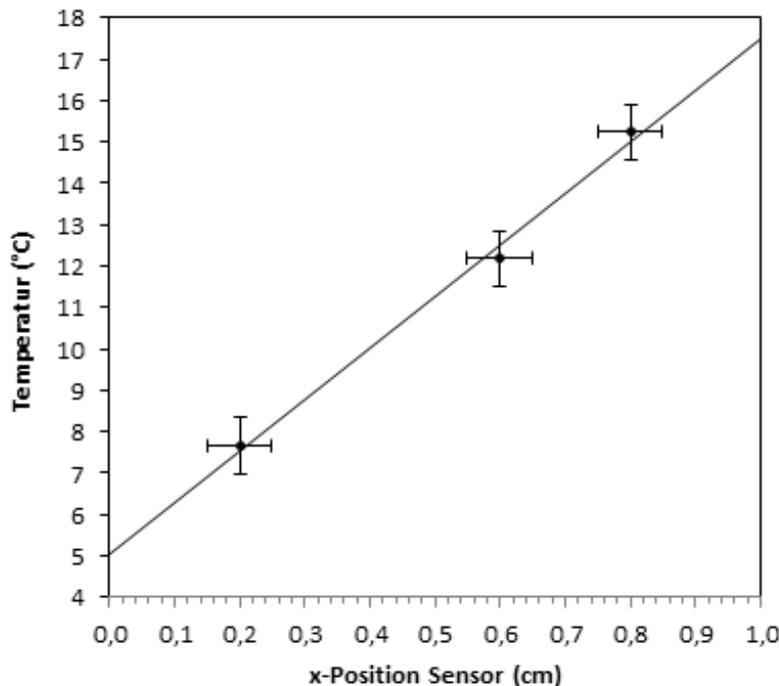
$$T_2 = 12,2 \pm 0,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_3 = 15,2 \pm 0,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Auf die richtige Anzahl der signifikanten Stellen achten

2) Bestimmung des Temperaturgradienten entlang des Kristalls

Hierfür wurden die Messdaten aus (1) graphisch aufgetragen und (in Excel) mit einem linearen Kurvenverlauf gefittet (s. Graph 1).



Alle Diagramme sind komplett zu beschriften

Diagramme werden benannt (um im Text auf sie zu verweisen)

Graph 1: Bestimmung des Temperaturgradienten

Das Ergebnis dieses Fits (in Graph 1 als Gerade eingezeichnet) ist $T = 12,443 \text{ } ^\circ\text{C/cm} \cdot x + 5,0571 \text{ } ^\circ\text{C}$ wobei $T = \text{Temperatur (} ^\circ\text{C)}$ und $x = \text{x-Position (cm)}$. Der Fit wurde in Excel durchgeführt wobei der Pearson'sche Korrelationskoeffizient R maximiert wird. Das Quadrat dieses Koeffizienten wird als Bestimmtheitsmaß bezeichnet, es ist im Betrag umso näher an 1 je besser die Fit-Kurve mit den Messdaten übereinstimmt. Im vorliegenden Fall wurde die Fit-Kurve mit einem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,9937$ gefunden was eine sehr gute Übereinstimmung darstellt.

Erklärung wie die Datenanalyse vorgenommen wurde

Die Messung bestätigt daher den angenommenen linearen Verlauf der Temperatur entlang der Kristallachse.

Als Temperaturgradient entlang des Kristalls ergibt sich (aus der Fit-Kurve) ein Wert von 12,4 °C/cm.

Schlussfolgerungen aus der Analyse

3) Bestimmung die Temperaturen der Heizung und des Kühlelements

Um die Temperaturen der Heizung (im Folgenden T_H genannt) und des Kühlelements (T_K) zu bestimmen, bestimmen wir aus den Messdaten die Temperaturen am Übergang vom Kristall zum Kühlelement (d.h. bei $x = 0$ cm) und vom Kristall zum Heizelement (bei $x = 1$ cm). Diese ergeben sich direkt aus den Schnittpunkten der Fit-Kurve mit den Geraden $x=0$ cm und $x=1$ cm:

$$T_K = 12,443 \text{ °C/cm} \cdot 0 \text{ cm} + 5,0571 \text{ °C} = 5,0571 \text{ °C} \rightarrow \underline{T_K = 5,1 \text{ °C}}$$

$$T_H = 12,443 \text{ °C/cm} \cdot 1 \text{ cm} + 5,0571 \text{ °C} = 17,5001 \text{ °C} \rightarrow \underline{T_H = 17,5 \text{ °C}}$$

Um den experimentellen Fehler zu bestimmen, bilden wir zwei Geraden mit der maximal und der minimal möglichen Steigung sodass alle drei Messpunkte innerhalb der beiden Fehlerbalken (x -Position und Temperatur) auf der Fit-Kurve liegen, somit den Ansprüchen genügen. Dies ergibt sich graphisch aus der Tatsache das die Fit-Kurven noch immer innerhalb der beiden Fehlerbalken jedes Messpunktes liegen (s. Graph 2).

Gerade mit maximaler Steigung:

Diese muss (in Graph 1) durch die Punkte (0,25 cm; 7,04°C) und (0,75 cm; 15,92°C) gehen die sich aus den Messwerten im ersten und dritten Messpunkt und durch Addition bzw. Subtraktion der Fehler ergeben. Aus dieser Bedingung ist mit der Geradengleichung (da ein lineares Verhalten angenommen wird) $T = k \cdot x + T_0$ eine resultierende Gerade zu bestimmen:

$$7,04 \text{ °C} = k \cdot 0,25 \text{ cm} + T_0$$

$$15,92 \text{ °C} = k \cdot 0,75 \text{ cm} + T_0$$

$$\text{sodass } (15,92 - 7,04) \text{ °C} = 0,5 \text{ cm} \cdot k \text{ und } k = 17,76 \text{ °C/cm}$$

Daraus ergibt sich dass $T_0 = 2,6 \text{ °C}$ und die Geradengleichung lautet

$$\underline{T = 17,76 \text{ °C/cm} \cdot x + 2,6 \text{ °C}}$$

Gerade mit minimaler Steigung:

Hier sind die beiden Punkte (0,15 cm; 8,28°C) und (0,85 cm; 14,56°C)

Daraus folgt (äquivalent zur maximalen Steigung oben) dass

$$8,28 \text{ °C} = k \cdot 0,15 \text{ cm} + T_0$$

$$14,56 \text{ °C} = k \cdot 0,85 \text{ cm} + T_0$$

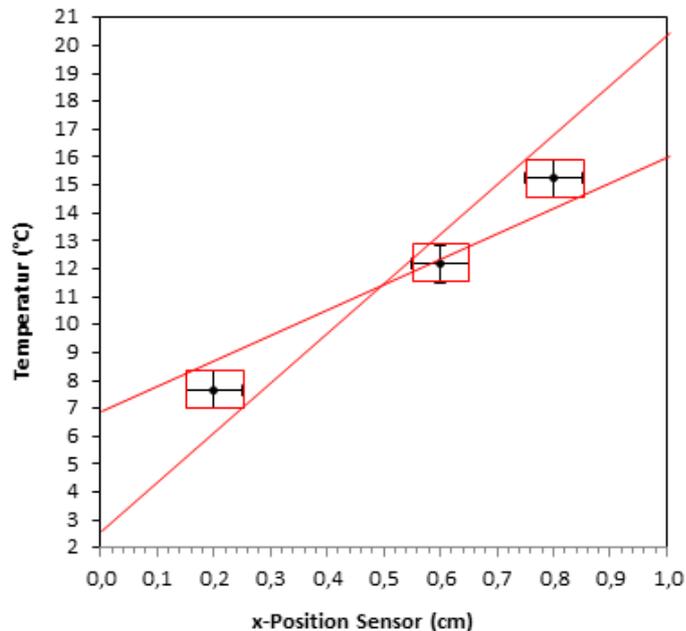
$$\text{sodass } (14,56 - 8,28) \text{ °C} = 0,7 \text{ cm} \cdot k \text{ und } k = 8,971 \text{ °C/cm}$$

Erklärung wie der Fehler bestimmt bzw. abgeschätzt wurde

Daraus ergibt sich dass $T_0 = 6,93^\circ\text{C}$ und die Geradengleichung lautet

$$T = 8,97 \text{ }^\circ\text{C/cm} \cdot x + 6,93^\circ\text{C}$$

Diese beiden Geraden sind (zusammen mit den dafür verwendeten Fehlern der Messwerte) in Graph 2 eingezeichnet. Wie man sieht genügen die beiden Geraden auch den Fehlerbalken des dritten Messpunkts (bei 0,6 cm) was für ein korrektes Ergebnis notwendig ist.



Ergänzende Graphen wenn zum Verständnis notwendig

Graph 2: Abschätzung des experimentellen Fehlers

Aus diesen beiden Geraden ergeben sich Werte von $T = 2,6^\circ\text{C}$ (max. Steigung) und $T = 6,93^\circ\text{C}$ (min. Steigung) bei $x = 0 \text{ cm}$ sowie Werte von $T = 20,36^\circ\text{C}$ (max. Steigung) und $T = 15,9^\circ\text{C}$ (min. Steigung) bei $x = 1 \text{ cm}$. Somit also ein Fehler von $\pm 2,2^\circ\text{C}$ bei $x = 0 \text{ cm}$ und von $\pm 2,3^\circ\text{C}$ bei $x = 1 \text{ cm}$.

Daraus lassen sich abschließend die Temperaturen der Heizung (T_H) und des Kühlelements (T_K) inklusive Fehler bestimmen:

$$T_K = 5,1 \pm 2,2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_H = 17,5 \pm 2,3 \text{ }^\circ\text{C}$$

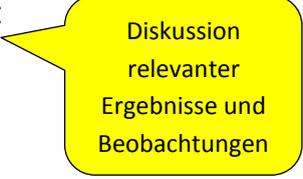
Erhaltene Daten gegebenenfalls mit Literaturwerten vergleichen

Diskussion

Die Messungen bestätigen innerhalb des experimentellen Fehlers den angenommenen linearen Temperaturverlauf entlang des organischen Kristalls und damit den Ergebnissen aus der Fachliteratur [1].

Der Fehler des Temperatur Messgeräts beträgt laut Hersteller $\pm 0,1 \text{ }^\circ\text{C}$, die Unterschiede zwischen den einzelnen Messungen sind jedoch erheblich und insbesondere ist der bestimmte experimentelle Fehler mit durchschnittlich etwa $\pm 0,7 \text{ }^\circ\text{C}$ deutlich größer. Diese Abweichungen

stammen daher nicht vom Messgerät sondern haben andere Ursachen, aus unserer Sicht vermutlich der mechanisch instabile Kontakt zum Kristall während der Temperaturmessung. Andere Ursachen konnten nicht gefunden werden.



Diskussion
relevanter
Ergebnisse und
Beobachtungen

Literatur:

[1] „PMMA21a crystals: Growth and thermal properties“, L. Boltzmann, Journal of Organic Crystals 23, 872 (2012)