

# Statistik Vorlesung

03. Mai 2024

Dauer der Prüfung: 100 Minuten

ZUNAME:			
VORNAME:		MATR.NR.:	

**ERLAUBT: Skriptum des Instituts, nicht-graphikfähiger Taschenrechner**

**VERBOTEN: alle sonstigen Unterlagen, graphikfähiger Taschenrechner, Handys**

Bei den Single-Choice-Fragen bringt eine richtige Antwort 2 Punkte und eine falsche 1 Punkt Abzug. Es gibt keine negative Punktemitnahme in ein anderes Beispiel.

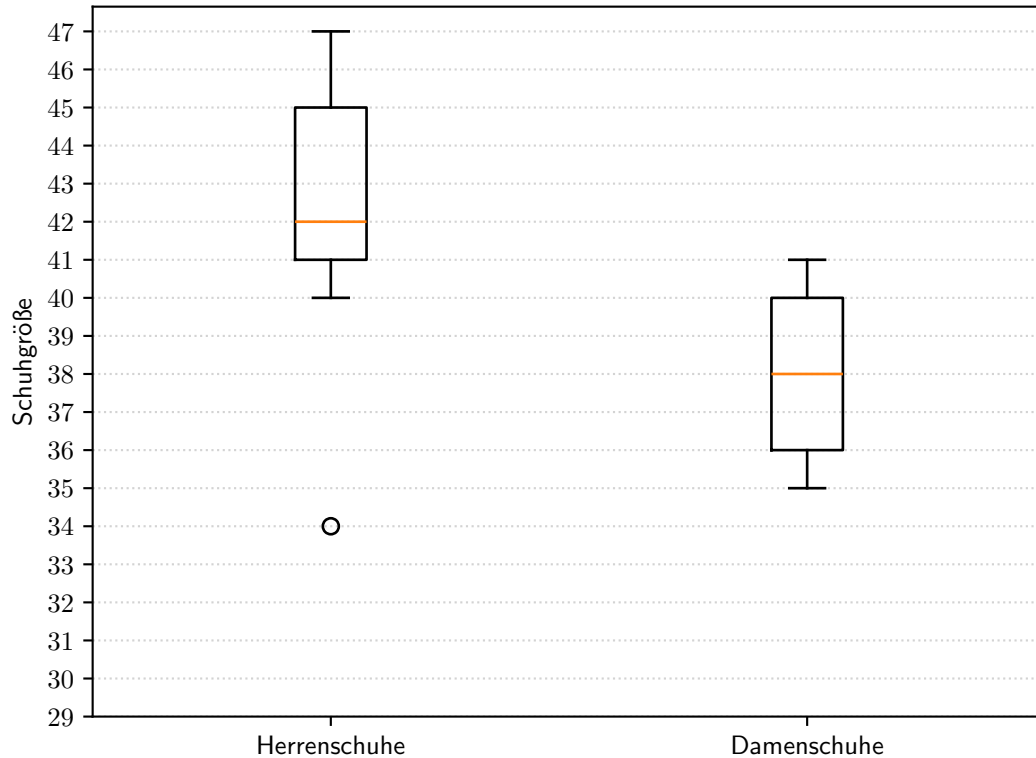
Berechnungen müssen nachvollziehbar aufgeschrieben sein.

Aufgabe	max. Punkte	erreichte Punkte
1	12	
2	10	
3	20	
4	20	
5	30	
6	8	
Summe	100	
Note		

1. (12 Punkte)

- a) Für einen gegebenen Warenkorb ist der Preisindex nach Laspeyres stets größer als der Preisindex nach Paasche.  
 Richtig  Falsch
- b) Wenn die Steigung der Regressionsgeraden negativ ist, ist auch der Pearson'sche Korrelationskoeffizient negativ.  
 Richtig  Falsch
- c) Für leptokurtische Verteilungen ist die Dichte für sehr große Werte der Zufallsvariablen kleiner als jene der Normalverteilung.  
 Richtig  Falsch
- d) Die Fläche „unter“ der Verteilungsfunktion einer beliebigen Zufallsgröße ist gleich 1.  
 Richtig  Falsch
- e) Eine Verdreifachung der Stichprobengröße kann zu einer Verringerung der Breite des Konfidenzintervalls für den Anteilswert einer Alternative auf ein Drittel der ursprünglichen Breite führen.  
 Richtig  Falsch
- f) In einem Regressionsmodell  $Ausgaben = 3 + 0,2 \cdot Einkommen$  bedeutet 0,2, dass die Ausgaben um 0,2 Geldeinheiten steigen, wenn das Einkommen um 1 % steigt.  
 Richtig  Falsch

2. (10 Punkte) Ein Schuhhändler hat die verkaufte Ware der letzten Saison untersucht und Boxplots zur Schuhgröße erstellt.



Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- a) Der Median der Schuhgröße von Herrenschuhen war gleich groß wie das Maximum bei Damenschuhen.  
 Richtig  Falsch
- b) Auch wenn die Herrenschuhe im Schnitt größer waren, so war die Streuung gemessen am IQR dennoch gleich groß.  
 Richtig  Falsch
- c) Die Schuhgröße der bestellten Herrenschuhe waren rechtsschief verteilt, die der Damenschuhe symmetrisch verteilt.  
 Richtig  Falsch
- d) Der kleinste Herrenschuh war kleiner als der kleinste Damenschuh.  
 Richtig  Falsch
- e) Ein Viertel aller bestellten Herrenschuhe hatte die Größen 41 bis 42, und ein Viertel aller bestellten Damenschuhe hatte die Größen 40 bis 41.  
 Richtig  Falsch

3. In einer österreichischen Gemeinde wurde im Jahr 2020 die Anzahl der auf Häusern, Firmengeländen und Freiflächen installierten Photovoltaikanlagen sowie die Größenordnung dieser Anlagen (in Form von installierter Leistung in Kilowatt peak [kWp]) erhoben. Die Bestands-Erhebung ergab folgendes Ergebnis:

Installierte Leistung [kWp]	]0;12]	]12;30]	]30;100]
Anzahl der Anlagen	40	12	4

- (5 Punkte) Zeichnen Sie eine geeignete Grafik zur Darstellung dieser Daten!
- (6 Punkte) Berechnen Sie näherungsweise das arithmetische Mittel sowie die Standardabweichung der installierten Leistung!
- (7 Punkte) In den darauffolgenden Jahren ist ein regelrechter Photovoltaik-Boom in der Gemeinde ausgebrochen. In der Zeit zwischen der letzten Bestands-Erhebung 2020 und April 2024 sind 54 weitere Photovoltaikanlagen dazugekommen. Die mittlere installierte Leistung der neu errichteten Anlagen beträgt 16 kWp, die Standardabweichung beträgt 4 kWp. Bestimmen Sie Mittelwert und Standardabweichung der installierten Leistung für alle Photovoltaikanlagen in der Gemeinde!
- (2 Punkte) Neben der Größenordnung der installierten Leistung wurde erhoben, ob die Besitzer der Photovoltaikanlage über einen zusätzlichen Stromspeicher verfügen. Es soll nun untersucht werden, ob es einen Zusammenhang zwischen der Größe der Photovoltaikanlage und dem Vorhandensein eines Speichers gibt. Welche Kennzahl verwenden Sie dafür? Begründen Sie! (Die Kennzahl selbst ist nicht zu berechnen.)

Ausführung Beispiel 3:

Ausführung Beispiel 3:

4. a) Ende April ist es so weit: Die Grazer Frühjahrsmesse samt Vergnügungspark hat wieder geöffnet. Emma und ihre Freundinnen erfreuen sich vieler Attraktionen.
- Vor der Achterbahn steht eine Schulklasse mit 10 Mädchen und 15 Buben. Da nur noch 4 Plätze für die nächste Fahrt frei sind, werden 4 Fahrgäste unter diesen zufällig ausgewählt.
- i. (3 Punkte) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass 1 Mädchen und 3 Buben ausgewählt werden!
  - ii. (1 Punkt) Für wie viele Mädchen der Schulklasse ist zu erwarten, dass sie an dieser Achterbahnfahrt teilnehmen?
- b) Die Fahrzeit der Achterbahn ist normalverteilt mit einem Mittelwert von 3 Minuten und einer Standardabweichung von 0,2 Minuten.
- i. (3 Punkte) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Emmas Achterbahnfahrt mehr als 3,2 Minuten dauert!
  - ii. (3 Punkte) Wie lange dauern die kürzesten 20 % der Fahrten?
- c) Nach der Achterbahnfahrt nehmen Emma und ihre Freundinnen an folgendem Geschicklichkeitsspiel teil: Die Aufgabe besteht darin, einen Ring über eine Flasche zu werfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass Emma dabei erfolgreich ist, beträgt 0,3. Bei diesem Spiel hat Emma fünf Wurfversuche. Das Spiel kostet fünf Euro.
- i. (4 Punkte) Wenn man bei fünf Versuchen mindestens vier Mal den Ring erfolgreich über die Flasche wirft, gewinnt man als Preis ein Stofftier im Wert von 20 Euro. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gelingt Emma dies?
  - ii. (3 Punkte) Berechnen Sie den Erwartungswert des Gewinns bei diesem Spiel in Euro!
  - iii. (3 Punkte) Emma spielt 3 Spiele. Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt sie dabei mindestens ein Stofftier als Gewinn mit nach Hause?

Ausführung Beispiel 4:

Ausführung Beispiel 4:

5. a) Eine Abfüllanlage ist so eingestellt, dass sie möglichst genau einen Liter Milch abfüllt. Aufgrund langjähriger Qualitätskontrollen weiß man, dass die erzielte Abfüllmenge normalverteilt mit  $\sigma = 4$  ml ist. Nach den zuletzt durchgeführten Wartungsarbeiten muss die Dauer einer Befüllung und damit die Abfüllmenge neu geeicht werden. Dazu wurden zunächst 20 Milchpackungen zufällig ausgewählt und deren Befüllung genau gemessen. Der Stichprobenmittelwert ergab dabei 1.002 ml.
- i. (10 Punkte) Ist damit gezeigt, dass die Abfüllmenge mindestens einen Liter beträgt? Führen Sie einen geeigneten Test zum Signifikanzniveau von 1 Prozent durch!
  - ii. (2 Punkte) Bestimmen Sie den  $p$ -value!
  - iii. (3 Punkte) Ab welchem Stichprobenmittelwert gelingt der Nachweis?

Ausführung Beispiel 5:



- b) (15 Punkte) Die Abfüllanlage hat eine autonom gesteuerte Selbstreinigungsfunktion, die den Abfüllprozess für einige Minuten unterbricht. Im ersten Quartal 2023 wurde an einigen zufällig ausgewählten Tagen vor den wöchentlichen Wartungsarbeiten die Anzahl der Reinigungszyklen ermittelt. Im ersten Quartal 2024 wurde dieselbe Erhebung wiederum an einigen zufällig ausgewählten Tagen, jedoch nach den wöchentlichen Wartungsarbeiten durchgeführt. Die Werte sind der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen. Es kann nicht unterstellt werden, dass die Anzahl der Reinigungszyklen normalverteilt ist.

1. Quartal 2023 ( $X$ )	10	8	5	7	4
1. Quartal 2024 ( $Y$ )	7	12	14	10	

Sind im 1. Quartal 2024 signifikant weniger Reinigungen als im 1. Quartal 2023 notwendig geworden? Testen Sie zum Niveau  $\alpha = 0,05$ !

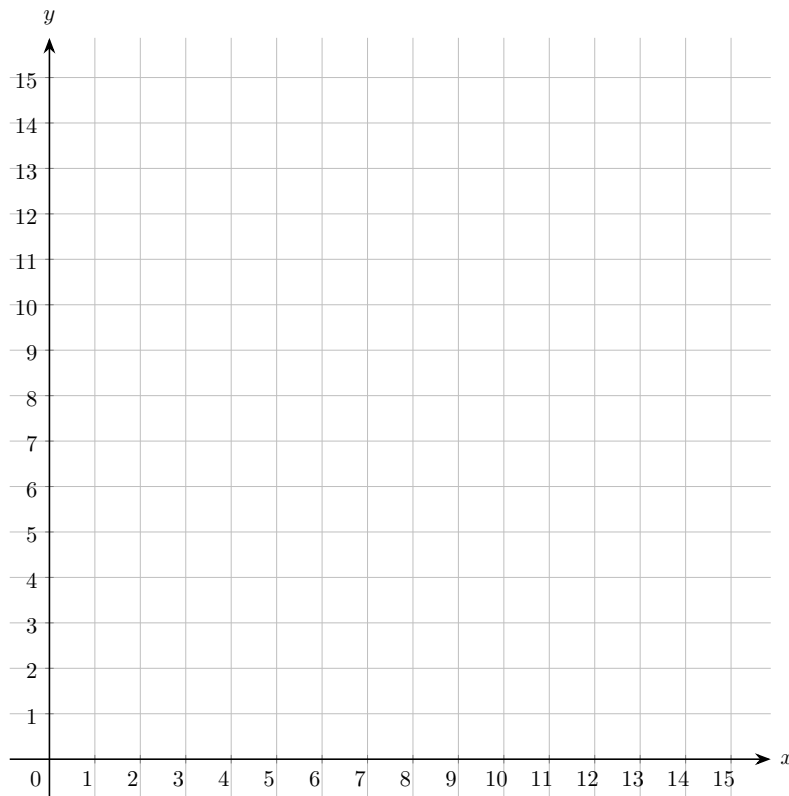
Ausführung Beispiel 5:

6. Eine Supermarktkette möchte ihr Eigenmarkensortiment erweitern und ein neues Produkt auf den Markt bringen. Für die Festlegung des Abgabepreises soll zunächst eine Preis-Absatz-Funktion ermittelt werden. Dazu wurde in  $n = 5$  Filialen ein Testverkauf durchgeführt. Man erhielt fünf Wertepaare mit dem Preis  $x$  (in Euro) und der verkauften Menge  $y$  (in Stück):

Preis ( $X$ )	3	5	6	7	10
Menge ( $Y$ )	12	9	7	6	5

Daraus ergeben sich folgende Werte:  $\bar{x} = 6,2$ ;  $\bar{y} = 7,8$ ;  $s_x^2 = 5,36$ ;  $s_y^2 = 6,16$ ;  $Cov(x, Y) = -5,36$ ,  
 $\sum_{i=1}^5 \hat{r}_i^2 = 4$  ( $\hat{r}_i \dots$  Residuen).

- (2 Punkte) Schätzen Sie die Regressionsparameter  $\hat{\beta}_0$  und  $\hat{\beta}_1$ !
- (2 Punkte) Tragen Sie die Datenpaare in nachstehendes Koordinatensystem ein und zeichnen Sie in das Koordinatensystem die geschätzte Regressionsgerade!
- (1 Punkt) Interpretieren Sie den Wert  $\hat{\beta}_1$  inhaltlich!
- (3 Punkte) Geben Sie die Standardabweichung des Koeffizienten  $\hat{\beta}_1$  an!



Ausführung Beispiel 6: