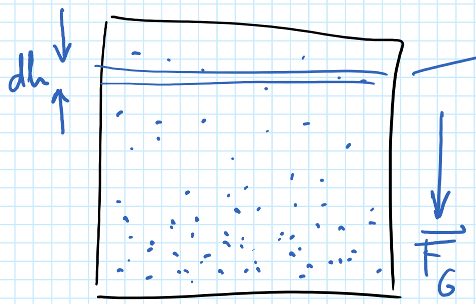
Flüssigkeit : $p = \rho g h$

Gas : $\rho \neq$ const



dünne Schicht : ρ = const

$$dp = -\rho g \, dh$$

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g$$

Boylesche Gesetz : $p \sim \frac{1}{V}$

$$\left(V = \frac{m}{\rho} \right)$$

$$p \sim \frac{\rho}{m}$$

$$p \sim \rho$$

Höhe Null $\frac{p_0}{\rho_0}$

Höhe h : $\frac{p}{\rho}$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0}$$

$$\rho = \frac{\rho_0}{p_0} \cdot p$$

$$\frac{dp}{dh} = \left(-g \frac{\rho_0}{p_0} \right) \cdot p$$

Frage : $p = ?$ $\quad p(h) = ?$

Differentialgleichung 1. Ordnung

$$\frac{1}{p}\,dp = \left(-g\,\frac{\rho_0}{p_0}\right) dh$$

$$\int_{p_0}^{p_1} \frac{1}{p}\,dp = \int_0^{h_1} \left(-g\,\frac{\rho_0}{p_0}\right) dh$$

$$\left[\ln p\right]_{p_0}^{p_1} = \left[-\frac{g\rho_0}{p_0}\,h\right]_0^{h_1}$$

$$\ln p_1 - \ln p_0 = -\frac{g\rho_0}{p_0}\,h_1$$

$$\left(\ln x - \ln y = \ln \frac{x}{y}\right)$$

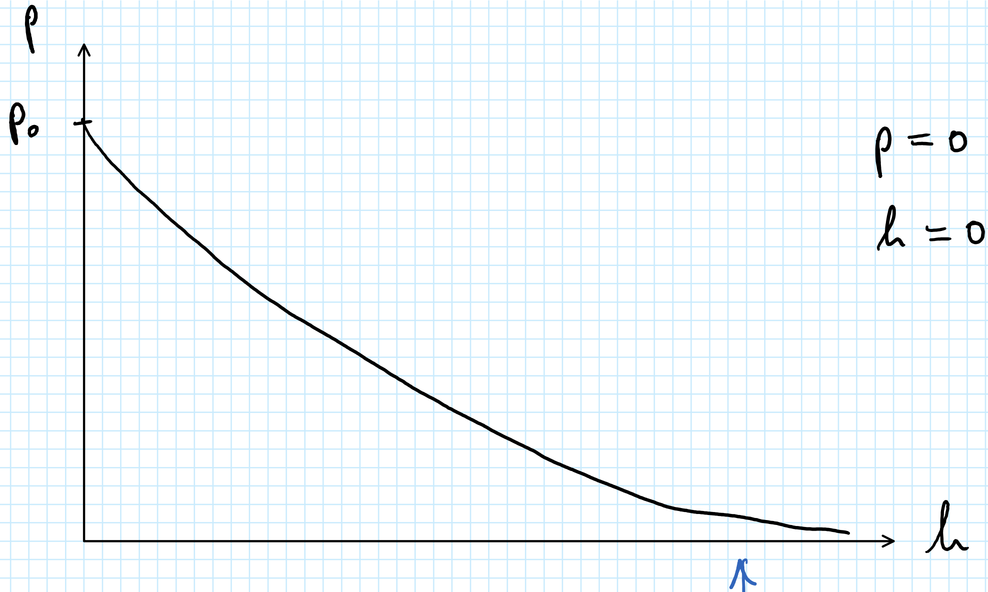
$$\ln \frac{p_1}{p_0} = -\frac{g\rho_0}{p_0}\,h_1$$

$$\frac{p_1}{p_0} = e^{-g\frac{\rho_0}{p_0}h_1}$$

$$\begin{pmatrix} p_1 \rightarrow p \\ h_1 \rightarrow h \end{pmatrix}$$

$$\boxed{p(h) = p_0 \cdot e^{-g\frac{\rho_0}{p_0}h}}$$

barometrische Höhenformel
$(T = \text{const})$



$p = 0 \quad (h \to \infty)$

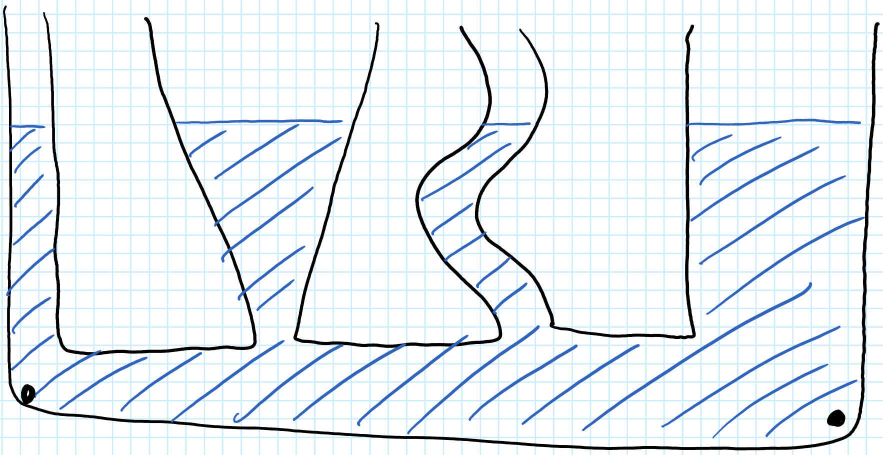
$h = 0 : p = p_0$

asymptotische Annäherung

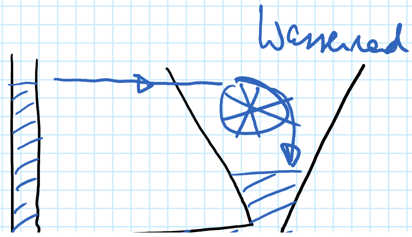
$\Longrightarrow$ es gibt keine scharfe obere Grenze der Atmosphäre!

Hydrostatisches Paradoxon

(Flüssigkeit $p \sim h$)

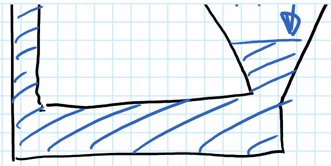


Gedankenexperiment:



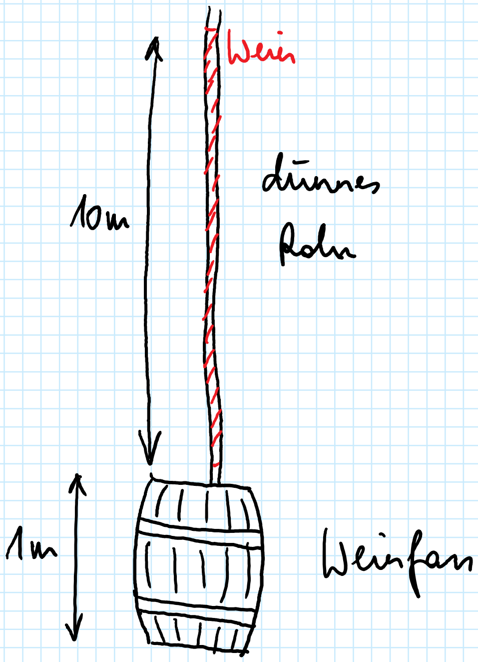
Druck am Boden | eines dünnen Gefäßes

Druck am Boden eines dünnen Gefäßes muss gleich sein wie bei einem breiten Gefäß (wenn h = const)



"perpetuum mobile"

Versuch von Pascal



Volumen steigt nur wenig (1%)

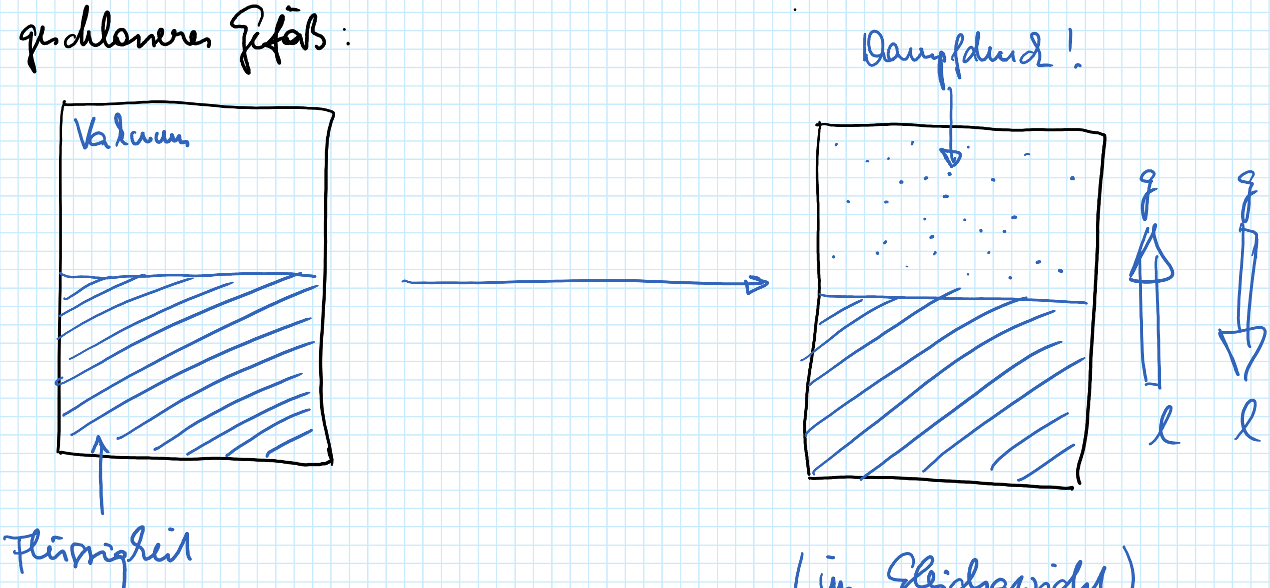
Druck steigt auf das 11-fache !!

↓

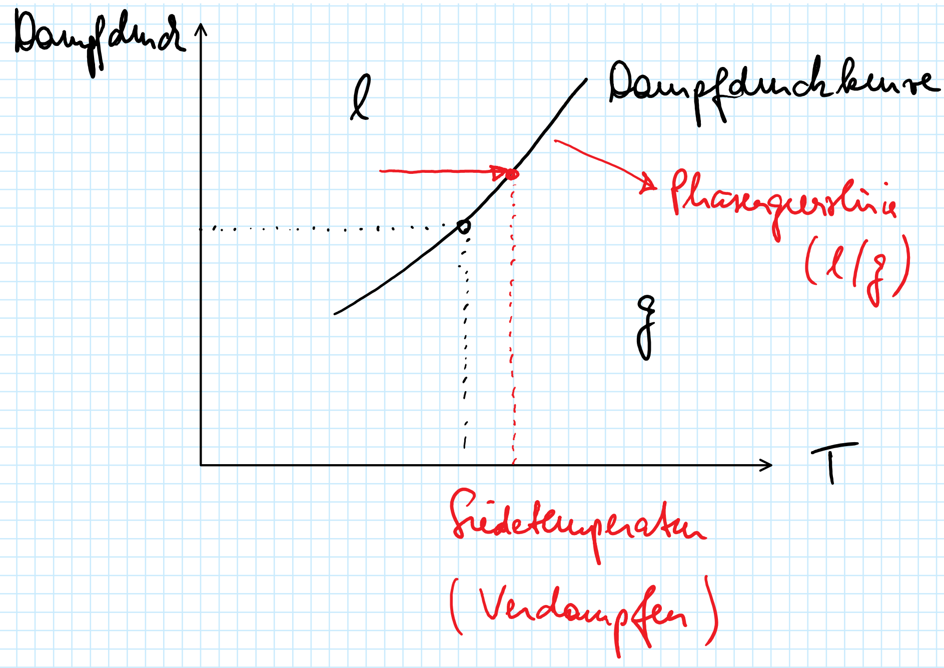
Fass wird undicht

"Dampfdruck"

geschlossenes Gefäß:



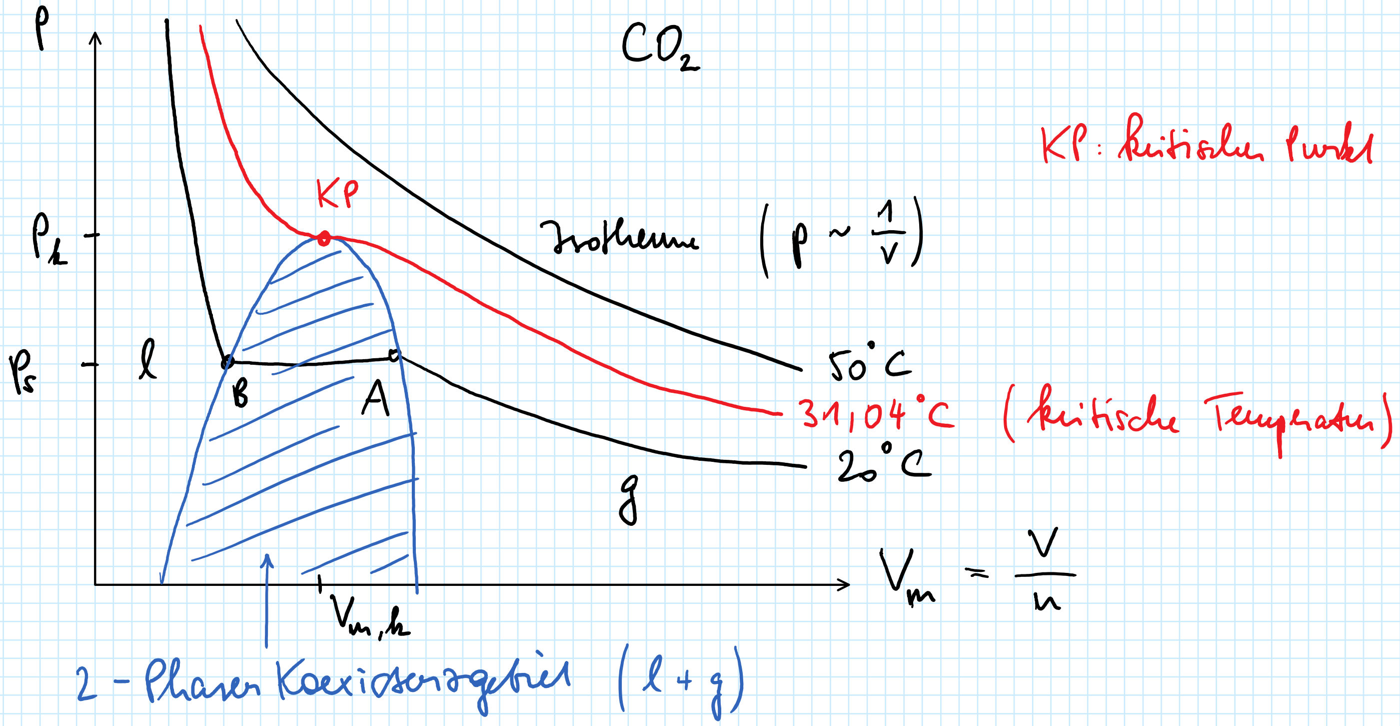
(im Gleichgewicht)



„Verdunstung"

Übergang flüssig ⟶ gasförmig (ohne die Siedetemperatur zu erreichen)

II.4 Kritische Zustandsgrößen



p_s = Dampfdruck (CO_2) bei 20 °C

$p_s \hat{=}$ Dampfdruck (CO_2) bei 20 °C

A → B : Gas wird in Flüssigkeit umgewandelt (bei p_s = const)

KP : kritische Temperatur T_k
kritischer Druck p_k
kritisches molares Volumen $V_{m,k}$

} kritische Zustandsgrößen

$T > T_k$: keine Flüssigkeit

am KP : "überkritisches Fluid"
(sehr dichtes Gas oder sehr dünne Flüssigkeit)
(Flüssigkeit und Gas sind identisch geworden)

II.5 Reales Gas

"Ideales Gas" ist ein Modell → gut bei großem V_m (geringe Dichten) und bei großem T

↓

Abweichungen bei großen Dichten (geringen V_m)
wegen intermolekularer Wechselwirkungen
und dem Eigenvolumen der Moleküle / Atome

II.6 van der Waals Gleichung

1873 Näherungsgleichung von
Johannes van der Waals

ideales Gas

$$\boxed{pV = nRT}$$

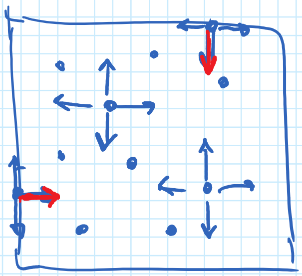
reales Gas

$$\boxed{\left(p + \left(\frac{n}{V}\right)^2 a\right)\left(V - nb\right) = nRT}$$

"Binnendruck" (wird addiert)

"Kovolumen" (wird abgezogen)

Binnendruck



Nettokraft zeigt nach innen

$\Rightarrow$ Zusatzdruck

Zusatzkraft $= \dfrac{\text{Kraft}}{\text{Teilchen}} \cdot$ Anzahl der Teilchen

$\sim \frac{n}{V}$ $\qquad$ $\sim \frac{n}{V}$

V

$$\text{Innendruckkraft} \sim \left(\frac{n}{V}\right)^2$$

<u>Kovolumen</u> : Eigenvolumen der Teilchen $\sim n$

a, b : van der Waals Koeffizienten
(hängen von der Substanz ab)
(hängen nicht von T ab)

↓

nachschlagen

Bsp.: He

$$a = 3{,}45 \cdot 10^{-3} \, \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}$$

$$b = 2{,}37 \cdot 10^{-5} \, \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

Einheiten:

$$\left[\left(\frac{n}{V}\right)^2 a \right] = 1 \text{ Pa}$$

$$[a] = 1 \text{ Pa} \, \frac{[V^2]}{[n^2]}$$

$$[a] = 1 \text{ Pa} \, \frac{\text{m}^6}{\text{mol}^2}$$

$$[nb] = 1 \text{ m}^3$$

$$[b] = 1 \, \frac{\text{m}^3}{[n]} = 1 \, \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

Virialgleichungen

Näherungsgleichungen für die Beschreibung "realer" Gase

$pV = nRT$ (idealer Gas)

$$\boxed{p = RT\,\frac{n}{V}}$$ (ideal)

$$\boxed{p = RT\,\frac{n}{V} \cdot f\left(\frac{n}{V}\right)}$$ (real)

Potenzreihenentwicklung

allg.: $f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} x^n A_n$

$$f(x) = 1 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \ldots$$

$$f\left(\frac{n}{V}\right) = 1 + B\left(\frac{n}{V}\right) + C\left(\frac{n}{V}\right)^2 + D\left(\frac{n}{V}\right)^3 + \ldots$$

$$\boxed{p = RT\,\frac{n}{V}\left(1 + B\,\frac{n}{V} + C\left(\frac{n}{V}\right)^2 + \ldots\right)}$$

geringe Dichte $\longrightarrow$ V_m wird groß

$$\frac{1}{V_m} = \frac{n}{V}$$ wird klein

$$p = RT\left(\frac{n}{V} + \underline{B\left(\frac{n}{V}\right)^2} + \underline{\underline{C\left(\frac{n}{V}\right)^3}} + \ldots\right)$$

fällt auch weg   fällt nicht weg

$$p = RT\,\frac{n}{V}$$ (ideales Gas)