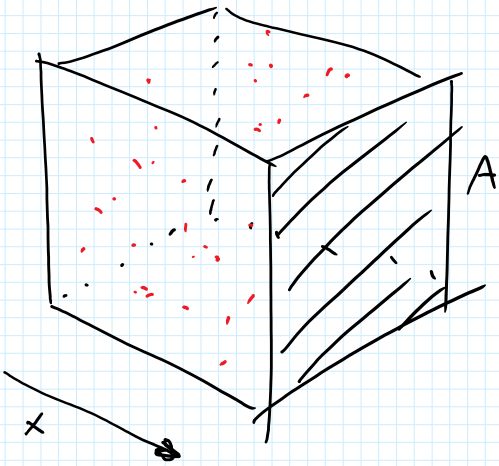
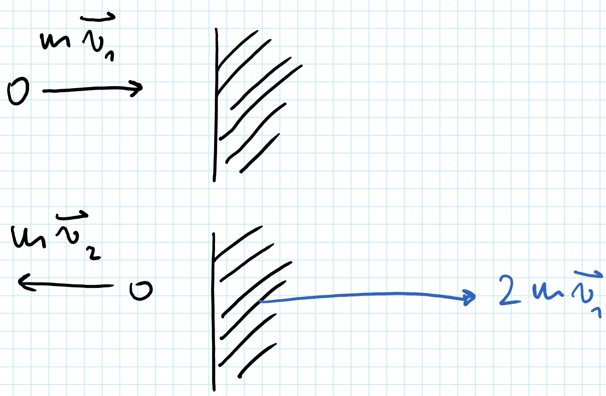


$\frac{1}{6} N_0 A \bar{v}\, dt$ Anzahl der Stöße auf A in dt

Anm.: Stoß gegen eine Wand



Jedes Teilchen überträgt den Impuls $2m\bar{v}$ an die Wand A

$$dp_x = \underbrace{2m\bar{v}}_{\text{Impulsübertrag pro Teilchen}} \cdot \underbrace{\frac{1}{6} N_0 A \cdot \bar{v}\, dt}_{\text{Anzahl der Stöße}}$$

(Impulsübertrag an die Wand A in Zeitraum dt)

$$dp_x = \frac{1}{3} m N_D A \overline{v}^2 dt$$

Annahme: $\overline{v}^2 = \overline{v^2}$

Quadrat der mittleren Geschwindigkeiten

Mittelwert des Geschwindigkeitsquadrats

$$dp_x = \frac{1}{3} m N_D A \cdot \overline{v^2} dt$$

Übergang mikroskopisch → makroskopisch

Druck $p = \frac{F}{A}$

p (Druck) → Skalar

p (Impuls) → Vektor

↳ $\vec{p}$ oder p_x, p_y, p_z

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x$$

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{1}{3} m N_D A \overline{v^2}$$

$$p(\text{Druck}) = \frac{F_x}{A} = \frac{1}{A} \cdot \frac{1}{3} m N_D A \overline{v^2}$$

$$\boxed{p = \frac{1}{3} m N_D \overline{v^2}}$$

Druck auf Fläche A

mikroskopisch

makroskopisch mikroskopisch

Teilchendichte $N_D = \frac{N}{V} = \frac{n N_A}{V} = \frac{N_A}{V_m}$

$$pV_m = \frac{1}{3} N_A \, m \, \overline{v^2}$$

$\varepsilon_{kin} = \frac{mv^2}{2}$ kin. Energie eines Teilchens

$\overline{\varepsilon}_{kin} = \frac{m}{2} \cdot \overline{v^2}$ mittlere kin. Energie

$$pV_m = \frac{2}{3} N_A \cdot \overline{\varepsilon}_{kin}$$

Gasgleichung : $pV = nRT$

$pV_m = RT$

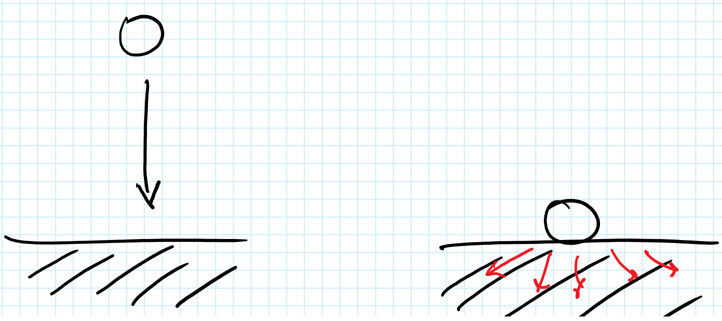
$$RT = \frac{2}{3} N_A \cdot \overline{\varepsilon}_{kin}$$

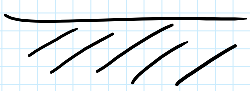
$$k = \frac{R}{N_A}$$

$\boxed{\overline{\varepsilon}_{kin} = \frac{3}{2} kT}$ $\Longrightarrow$ $\overline{\varepsilon}_{kin} \sim T$!!

Temperatur ist eine Art Teilchenbewegung

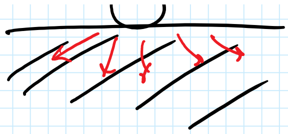
Exp. zum 2. HS :





alle Teilchen haben E_{ki} (Bewegung in selbe Richtung)

(geordnete Bewegung)



E_{ki} der Teilchen im Boden wurde erhöht

(ungeordnete Bewegung)

Gesamtenergie ändert sich nicht, aber die Energieverteilung ändert sich

Mischung aus 2 Gasen

Beide Gase haben dieselbe $\overline{E}_{ki}$ weil $T = const$ (obwohl unterschiedliche Massen)!

$$\overline{E}_{ki,1} = \overline{E}_{ki,2}$$

$$\frac{1}{2} m_1 \overline{v_1^2} = \frac{1}{2} m_2 \overline{v_2^2}$$

$$\boxed{\frac{\overline{v_1^2}}{\overline{v_2^2}} = \frac{m_2}{m_1}}$$

große Moleküle sind langsam
kleine — " — schnell

CO_2 (44)
He (4)

$$\frac{\overline{v}_{He}}{\overline{v}_{CO_2}} \approx 3{,}3 \quad \text{(Abschätzung)}$$

V.1 Maxwell-Boltzmann Verteilung

(Geschwindigkeitsverteilung)

$\overline{E}_{kin} = const$ (wenn $T = const$)

obwohl sich v jedes einzelnen Teilchens ständig ändert
(durch Stöße)

Maxwell-Boltzmann Verteilung:

$$\boxed{f(v) = 4\pi \left(\frac{m_{mol}}{2\pi RT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{m_{mol} v^2}{RT}}}$$

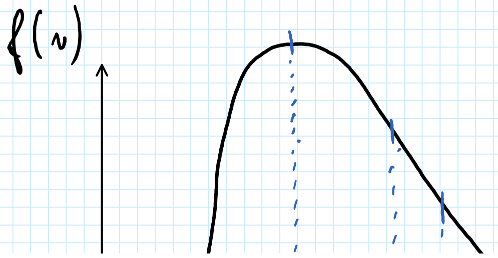
$m_{mol} = \frac{m}{n}$ (molare Masse)

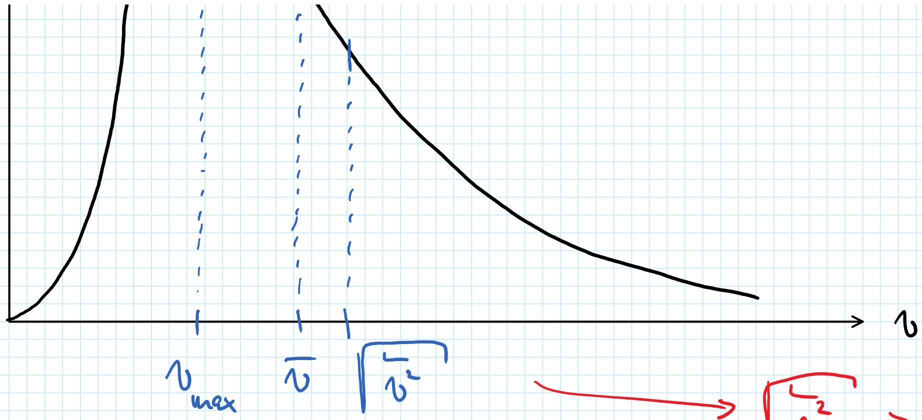
eine "Dichte"

$\int_{v_1}^{v_2} f(v)\,dv$ = Anteil der Teilchen mit $v_1 < v < v_2$

z.B. $= 0{,}2 \Longrightarrow 20\,\%$ der Teilchen

per Def.: $\int_0^\infty f(v)\,dv = 1$ (100 % der Teilchen haben $0 < v < \infty$)





$\sqrt{\overline{v^2}} > \bar{v}$ bzw. $\overline{v^2} > \bar{v}^2$ (s.o.)

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2RT}{m_{mol}}}$$ (am häufigsten auftretende Geschwindigkeit)

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi m_{mol}}} \approx \sqrt{\frac{2{,}55\, RT}{m_{mol}}}$$ (mittlere Geschwindigkeit)

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{m_{mol}}}$$

andere Darstellung der MB Verteilung:

$$m_{mol} = \frac{m}{n} = \frac{m_{Molekül} \cdot N}{n} = \frac{m_{Molekül} \cdot n \cdot N_A}{n}$$

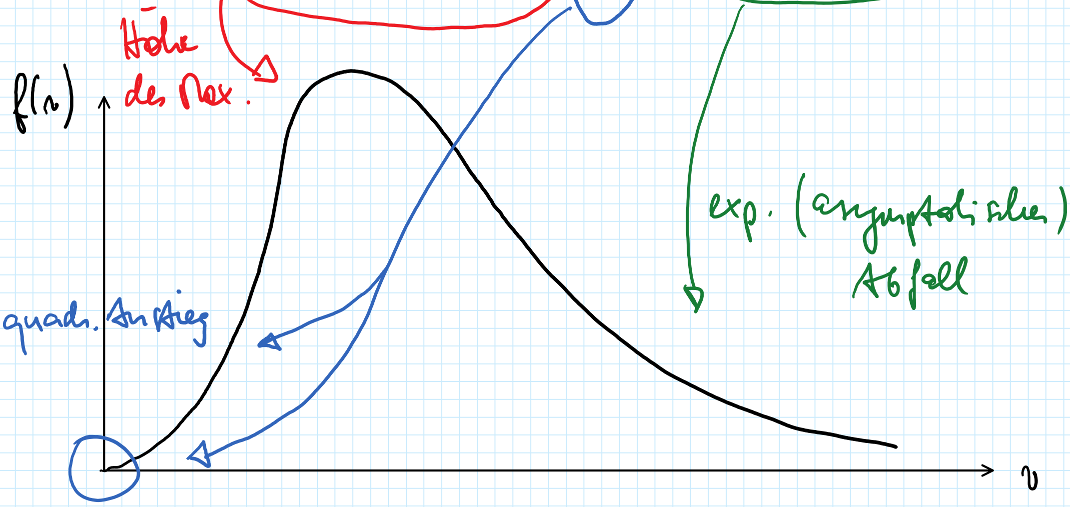
$$m_{mol} = m_{Molekül} \cdot N_A$$

$$\boxed{\frac{m_{mol}}{R} = \frac{m_{Molekül}}{k}}$$ weil $\frac{R}{N_A} = k$

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_{Molekül}}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{m_{Molekül} v^2}{kT}}$$

„Lesen" der Gleichung

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_{mol}}{2\pi RT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{m_{mol}}{RT}v^2}$$



$v=0: f(v)=0$

Unterschiedliche Temperaturen und Molekülmassen

$\frac{m_{mol}}{T}$ wird

- kleiner wenn T steigt oder m_{mol} sinkt
- größer wenn T sinkt oder m_{mol} steigt

Annahme: $\frac{m_{mol}}{T}$ wird kleiner

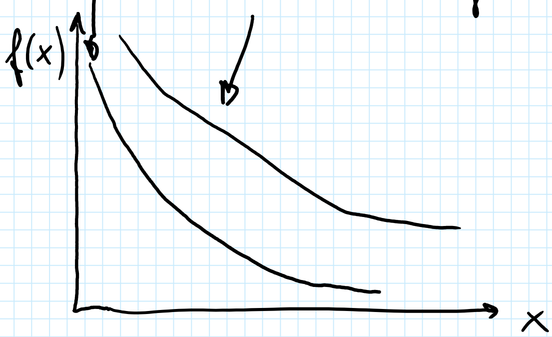
Amplitude wird geringer
langsamerer Anstieg
$\left(\frac{m_{mol}}{2\pi RT}\right)^{3/2}$

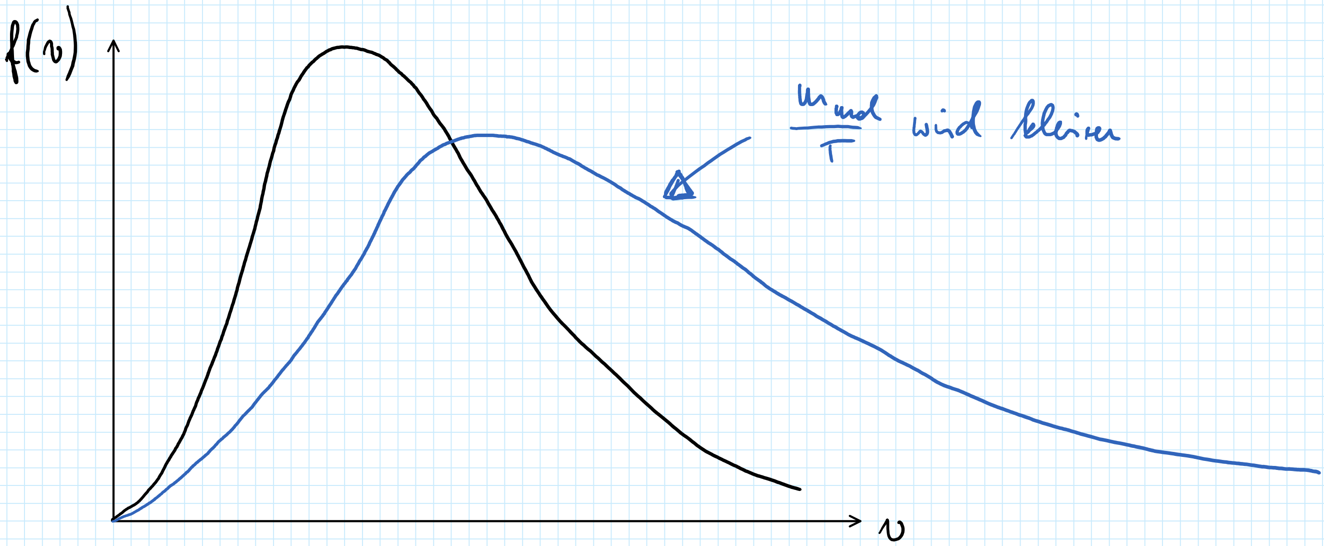
exp. Abfall wird langsamer
(Kurve wird flacher)

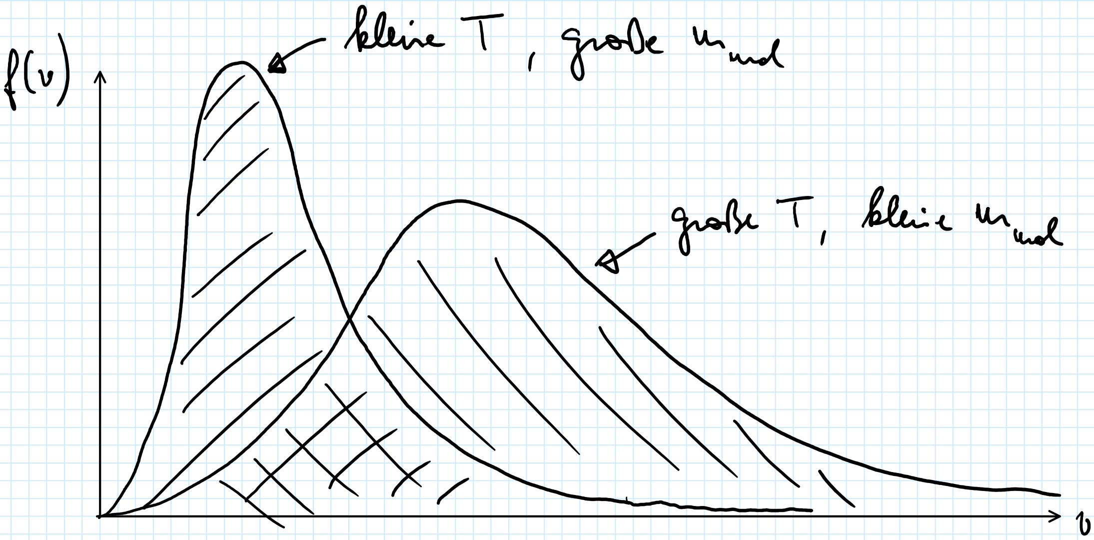
Annahme $f(x) = e^{-cx}$

großes c : schnelle Abfall

kleines c : langsame Abfall



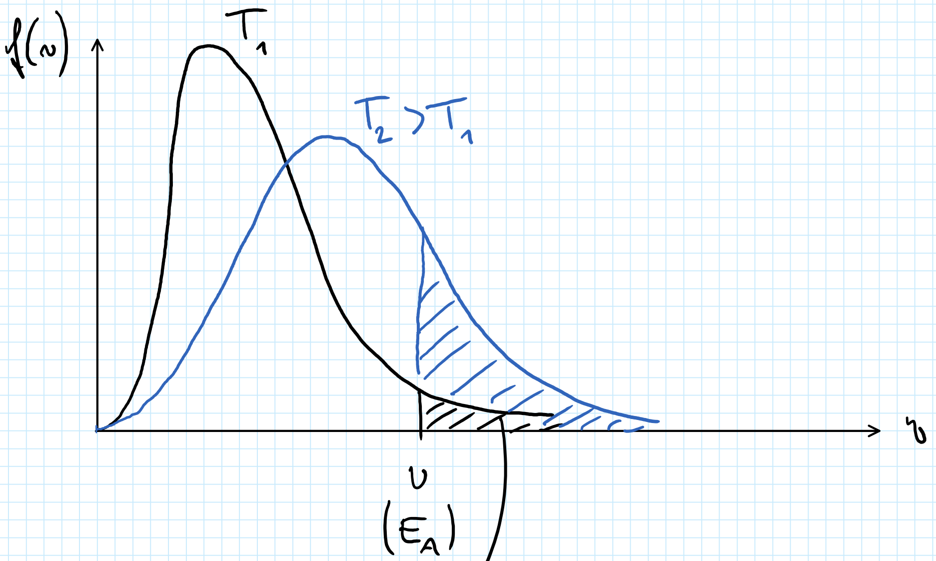




Wichtig : Fläche = konst

$$\left(\int_0^\infty f(v)\, dv = 1 \right)$$

Bsp. Chemie : für chem. Reaktion



$$\int_{v(E_A)}^{\infty} f(v)\,dv :$$ Anteil der Teilchen mit ausreichender Geschwindigkeit für Reaktion
(ist bei T_2 größer als bei T_1)

$\Downarrow$

Reaktionsraten nehmen mit der Temperatur zu!

Praktische Überlegungen :

$$\overline{E}_{kin} = \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

$$\frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

$$\sqrt{\frac{3kT}{m_{Teilchen}}} = \sqrt{\overline{v^2}}$$

$$\sqrt{\frac{3\frac{R}{N_A}T}{m \ldots}} = \sqrt{\frac{3RT}{\ldots}}$$ (s.o.)

$$\sqrt{\frac{3\,\frac{R}{\cancel{N_A}}\,T}{\frac{m_{mol}}{\cancel{N_A}}}} = \sqrt{\frac{3RT}{m_{mol}}} \quad (\text{s.o.})$$

$$\overline{v^2} \sim T$$

$$c_{Schall} \sim \overline{v^2}$$

T sinkt $\Rightarrow$ $\overline{v^2}$ sinkt $\Rightarrow$ c_{Schall} sinkt

$$c_{Schall} = \nu \cdot \lambda$$

$\lambda = \text{const}$ (Blasinstrument)

c_{Schall} sinkt $\Rightarrow$ ν sinkt

He einatmen („Micky Maus") $\rightarrow$ He hat größeres $\overline{v^2}$ als Luft

$\Downarrow$

ν steigt ($\lambda = \text{const}$)