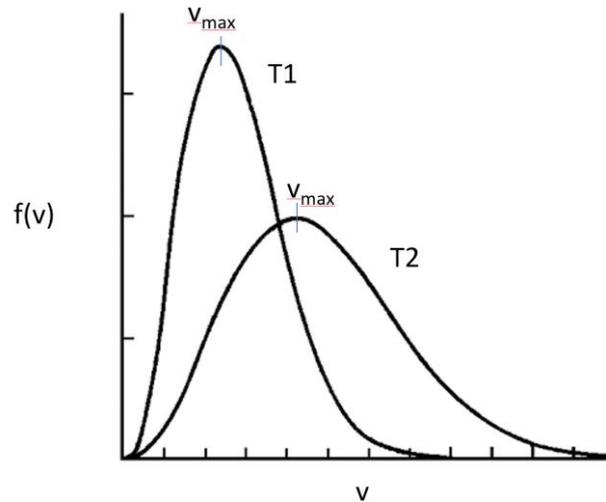


1. Kinetische Gastheorie (250 Punkte)

(a) Zeichnen Sie den Funktionsverlauf der Maxwell-Boltzmann Verteilung $f(v)$ für zwei Temperaturen T_1 und T_2 qualitativ in ein Diagramm ein ($T_2 > T_1$). Machen Sie kenntlich welche Kurve zu T_1 und zu T_2 gehört. Markieren Sie jeweils v_{max} für die beiden Temperaturen im Diagramm (100 Punkte)



(b) Ist die wahrscheinlichste Geschwindigkeit in der Maxwell Boltzmann Verteilung größer oder kleiner als die mittlere Geschwindigkeit (Begründung mit Formel!). (50 Punkte)

Antwort: kleiner

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}} > v_{max} = \sqrt{\frac{2RT}{M_{mol}}}$$

(c) Nun sollen die H_2 Atome bei 300 K zwei Energiezustände besetzen können. Im niedrigeren Energie-Zustand befinden sich doppelt so viele Atome wie im höheren Zustand. Wie hoch ist die Differenz der Energien? (100 Punkte)

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N \frac{e^{-\varepsilon_1/kT}}{\sum_j e^{-\varepsilon_j/kT}}}{N \frac{e^{-\varepsilon_2/kT}}{\sum_j e^{-\varepsilon_j/kT}}} = \frac{2}{1}$$

$$e^{-(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/kT} = 2$$

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = kT \ln(2) = 2.87 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

2. Kompression (250 Punkte)

Ein ideales Gas, befindet sich im Anfangszustand A ($p_A = 187 \text{ mPa}$, $V_A = 3.50 \text{ m}^3$, $T_A = 128 \text{ K}$). Durch isobare Verringerung des Volumens auf $V_B = \frac{4}{5} V_A$ wird der Zustand B erreicht. Durch isotherme Kompression wird der Endzustand C erreicht, für den gilt $p_C = 4 p_B$

Bestimmen Sie:

(a) die Änderung der inneren Energie von A nach B. (70 Punkte)

$$\Delta U_{AB} = n c_{v,m} (T_B - T_A)$$

$$n = \frac{p_A V_A}{R T_A} = 6.149850 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$A \rightarrow B: \text{Isobar } (p_A = p_B), \frac{T_A}{V_A} = \frac{T_B}{V_B}, T_B = \frac{V_B}{V_A} T_A = \frac{4}{5} T_A = 102.4 \text{ K}$$

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2} n R (T_B - T_A) = -0.196349 \text{ J } (-196 \text{ mJ})$$

(b) die ausgetauschte Wärmemenge von B nach C (90 Punkte)

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} - W_{BC}$$

$$\Delta U_{BC} = 0 \text{ weil } B \rightarrow C \text{ Isotherm } (T_B = T_C) \text{ ist}$$

$$\begin{aligned} Q_{BC} = -W_{BC} &= \int_{V_B}^{V_C} p(V) dV = \int_{V_B}^{V_C} \frac{n R T_B}{V} dV = n R T_B \ln \frac{V_C}{V_B} = \\ &= -0.725863 \text{ J } (-726 \text{ mJ}) \end{aligned}$$

(c) die gesamte Änderung der Enthalpie. (90 Punkte)

$$H_C = U_C + p_C V_C, H_A = U_A + p_A V_A$$

$$\Delta H = H_C - H_A = \Delta U_{AC} + n R (T_C - T_A)$$

$$\Delta U_{AC} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} = \Delta U_{AB}$$

$$\Delta H = \Delta U_{AB} + n R (T_B - T_A) = -0.327249 \text{ J } (-327 \text{ mJ})$$

3. Zweifache Expansion (250 Punkte)

2.64 mol eines idealen Gases (die Wärmekapazität ist konstant bei verschiedenen Temperaturen) werden adiabatisch vom Anfangszustand ($T_1 = 65^\circ\text{C}$, $p_1 = 114 \text{ kPa}$) expandiert, sodass sich der Druck auf ein Drittel reduziert (p_2).

(a) Wie groß ist die Temperatur T_2 am Ende der adiabatischen Expansion? (100 Punkte)

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p_1} = 0.06510938 \text{ m}^3$$

$$pV^\kappa = \text{const} \text{ wobei } \kappa = \frac{c_{p,m}}{c_{v,m}} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3} \text{ (ideales Gas)}$$

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad \rightarrow \quad \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{V_2}{V_1}$$

$$V_2 = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{3}{5}} = V_1 \cdot 3^{\frac{3}{5}} = 0.125868284 \text{ m}^3$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} = 217.9018353 \text{ K} \quad \rightarrow \quad T_2 = 218 \text{ K}$$

Anschließend wird das Gas isotherm weiter expandiert bis es ein Volumen V_3 erreicht, das dem dreifachen Anfangsvolumen V_1 entspricht.

(b) Unter welchem Druck steht das Gas am Ende? (50 Punkte)

$$\text{isotherm: } p_2 V_2 = p_3 V_3 \quad \rightarrow \quad p_3 = p_2 \cdot \frac{V_2}{V_3} = 24486.9725 \text{ Pa}$$

$$p_3 = 24.5 \text{ kPa}$$

(c) Welche Arbeit wird insgesamt bei beiden Expansionen geleistet? Verrichtet das System Arbeit oder muss Arbeit von außen geleistet werden? (100 Punkte)

$$1 \rightarrow 2: W = C_V \cdot \Delta T = \frac{3}{2} nR \cdot \Delta T = -3959.211803 \text{ J}$$

$$2 \rightarrow 3: W = - \int_{V_2}^{V_3} p(V) dV = -nRT \int_{V_2}^{V_3} \frac{1}{V} dV = -nRT \cdot \ln \frac{V_3}{V_2} = -2101.862756 \text{ J}$$

$$W_{ges} = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} = -6061.074559 \text{ J}$$

$$W_{ges} = -6.06 \text{ kJ}$$

4. Reales Gas (200 Punkte)

Es liegt ein („reales“) Sauerstoffgas vor.

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Virialgleichung den Druck (in Pa) unter dem 2.00 mol O₂ Gas in einem Behälter von 4.00 Liter bei 300 K steht. Die Virialkoeffizienten bei dieser Temperatur sind $B = -15.7 \text{ cm}^3/\text{mol}$ und $C = 10.0 \cdot 10^2 \text{ cm}^6/\text{mol}^2$.

(70 Punkte)

$$V_m = \frac{V}{n} = 2.00 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

$$p = \frac{RT}{V_m} \left(1 + \frac{B}{V_m} + \frac{C}{V_m^2} + \dots \right) = 1237693 \text{ Pa}$$

$$p = 12.4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- (b) Das O₂ Gas wird isotherm auf ein Endvolumen von 2.00 L komprimiert. Bestimmen Sie die dabei verrichtete Arbeit. Verwenden Sie die Virialgleichung bis zur ersten Ordnung ($C = 0$). (130 Punkte)

$$\begin{aligned} W &= - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = \\ &= - \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V_m} \left(1 + \frac{B}{V_m} \right) dV = \\ &= -nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} + \frac{nB}{V^2} dV = \\ &= -nRT \left[\int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV + nB \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^2} dV \right] = \\ &= -nRT \left[\ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + (-1)nB \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \right] = \\ &= -nRT \left[\ln \left(\frac{V_2}{2V_2} \right) - nB \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{2V_2} \right) \right] = \\ &= -nRT \left[\ln \left(\frac{1}{2} \right) - nB \left(\frac{1}{2V_2} \right) \right] = 3418 \text{ J} \end{aligned}$$

$$W = 3.42 \text{ kJ}$$