



Numerische Mathematik I

7. Übung

Die Aufgaben werden besprochen am 30.11.2016

1. Nichtlineare Ausgleichsrechnung

Ein zeitabhängiger Vorgang in der Chemie werde durch das Gesetz $g(t) = Ae^{-Bt}$ beschrieben. Zur Bestimmung der Modellparameter A und B stehen folgende Messdaten zur Verfügung:

t	20	40	60	80
g	2.70	1.50	0.80	0.43

- Stellen Sie die Gleichungen auf, die A und B als Minimalstelle der Fehlerfunktion erfüllen müssen.
- Überprüfen Sie, dass diese Gleichungen nichtlinear in der Unbekannten B sind. Woran liegt das?
- Durch Logarithmieren der Modellfunktion $g(t)$ erhalten Sie eine Funktion vom Typ $y(t) = a + bt$, in der die unbekannt Parameter a und b nun linear vorkommen. Geben Sie den Zusammenhang zwischen den Größen (A, B) und (a, b) an.
- Erstellen Sie eine Tabelle mit den transformierten Daten

t	20	40	60	80
$\ln g$				

- Lösen Sie das transformierte (lineare) Ausgleichsproblem (Methode beliebig, auch MATLAB kann verwendet werden).
- Welche Parameter A, B ergeben sich?

2. Householder-Transformation

Gegeben sei eine Householder-Transformation

$$P = I - \frac{2}{v^T v} v v^T$$

mit $v \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, dass P eine Spiegelung an einer Ursprungsgeraden ist, also die Form

$$P = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \end{pmatrix}$$

annimmt und bestimmen Sie φ .

3. QR-Zerlegung mit Householder-Transformation

Gesucht ist die Ausgleichsgerade $y(t) = \gamma + \delta t$ durch die Daten

i	1	2	3	4
t_i	-1	2	4	6
y_i	1	3	8	7

- Stellen Sie das zu lösende Gleichungssystem $C \begin{pmatrix} \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \vec{d}$ auf.
- Berechnen Sie die QR -Zerlegung von C und gleichzeitig $Q^T \vec{d}$ (mit Householder-Transformationen).
- Lösen Sie mit der QR -Zerlegung das lineare Ausgleichsproblem.