ЛИТЕРАТУРА

1. Вавакин А.М., Викторов В.В., Жигалкин В.М., Степанов Л.П., Усова О.М. Экспериментальные исследования упругопластического поведения стали 12ХН3А при сложном нагружении с частичными разгрузками. - Ин-т проблем механики АН СССР. - М.: ВИНИТИ. - № 3878-В89. - 18 с.

2. Жигалкин В.М., Усова О.М., Шемякин Е.И. Анизотропия упрочняющегося пластического материала. Влияние истории нагружения. - Сообщение 1. - Препринт № 34. - Новосибирск: ИГД СО АН СССР. - 1989. - 28 с.

3. Жигалкин В.М., Усова О.М., Шемякин Е.И. То же самое. - Сообщение 2. - Препринт № 35. - Новосибирск: ИГД СО АН СССР. - 1989. - 34 с.

4. Жигалкин В.М., Усова О.М., Шемякин Е.И. То же самое. - Сообщение 3. - Препринт № 36. - Новосибирск: ИГД СО АН СССР. - 1989. - 42 с.

5. Шемякин Е.И. Анизотропия пластического состояния. - Численные методы механики сплошной среды. - т.4. - Изд-во ВЦ СО АН СССР. - 1973. - № 4. - с.150-162.

6. Христианович С.А. Деформация упрочняющегося пластического материала. - Изв. АН СССР. МТТ. - 1974. - № 2. - с.148-174.

7. Леонов М.Я., Нисневич Е.Б., Рычков Б.А. Плоская теория пластичности, основанная на синтезе скольжений. - Изв. АН СССР. МТТ. - 1979. - № 6. - с.43-49.

8. Леонов М.Я., Рычков Б.А. Развитие концепции скольжения в теории пластичности. - Физико-химическая механика материалов. - 1982. - № 4. - с.3-12.

Сибирское отделение АН СССР · Институт гидродинамики
ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ
выпуск 103, 1991 г.

СХОДИМОСТЬ РЕШЕНИЙ ВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ В КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПЛАСТИНЫ С ТОЧЕЧНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

В.А.Ковтуненко

Рассматриваются вариационные неравенства четвертого порядка, которые описывают задачу контакта упругой пластины с жестким препятствием (штампом). Форма штампа задается с помощью ограничений, заданных в конечном числе точек. Доказано, что если точки располагаются равномерно в области и функции, описывающие форму штампа, сходятся, то сходятся и решения соответствующих вариационных неравенств при увеличении числа точек.

Вариационные неравенства в контактных задачах изучались в работах [1,2,3]. Введем следующие обозначения. Пусть $\Omega \subset R^2$ - ограниченная область с гладкой границей $\partial\Omega$. $H^2(\Omega)$ - пространство функций Соболева, имеющих две производные, суммируемые с квадратом. $H_0^2(\Omega)$ - замыкание гладких финитных функций в норме $H^2(\Omega)$. Норму в $H_0^2(\Omega)$ определим как $(\Delta\cdot,\Delta\cdot)^{1/2}$, где скобки $(\cdot,\cdot)$ обозначают скалярное произведение в $L^2(\Omega)$, Δ - оператор Лапласа. Пусть $f \in L^2(\Omega)$ - заданная функция. Изучается следующее вариационное неравенство на некотором замкнутом выпуклом множестве K_φ в $H_0^2(\Omega)$,

$$w \in K_\varphi: (\Delta w, \Delta\tilde{w} - \Delta w) \geqslant (f, \tilde{w} - w) \quad \forall\tilde{w} \in K_\varphi. \tag{1}$$

Задача (1) интерпретируется как задача нахождения функции поперечного прогиба w срединной поверхности упругой пластины, лежащей в области Ω и защемленной на границе, над жестким штампом φ под действием внешней нагрузки f. Форма штампа описывается уравнением $z = \varphi(x_1, x_2)$, где $\varphi \in H^2(\Omega)$, $\varphi < 0$ на $\partial\Omega$. Тогда множество возможных прогибов пластины имеет вид

$$K_\varphi = \left\{ w(x) \in H_0^2(\Omega)/w \geqslant \varphi \text{ в } \Omega \right\}. \tag{2}$$

Определим вариационное неравенство (1) на последовательности некоторых замкнутых выпуклых подмножеств K_n в $H_0^2(\Omega)$,

$$w^n \in K_n\colon (\Delta w^n, \Delta\tilde{w}^n - \Delta w^n) \geqslant (f, \tilde{w}^n - w^n), \ \forall \tilde{w}^n \in K_n. \tag{3}$$

Как показано в работах [1,2], задача (1) и последовательность задач (3) для каждого n имеют единственные решения, которые обозначим $\mathring{w}$ и w^n соответственно.

Вопросы сходимости решений вариационных неравенств общего вида рассматривались в статье [4]. Цель данной работы - показать сходимость решений последовательности задач (3) к решению задачи (1) при $n \to \infty$ для конкретных множеств K_n с ограничением в точках области Ω.

Воспользуемся следующим определением сходимости замкнутых выпуклых множеств в действительном рефлексивном Банаховом пространстве X, которое введено в работе [4].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Последовательность выпуклых и замкнутых множеств S_n сходится к выпуклому и замкнутому множеству S в X, тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия :*

(i) $\qquad S \subset s\text{-}\underline{\lim}\, S_n$,

(ii) $\qquad w\text{-}\overline{\lim}\, S_n \subset S$,где

$$s\text{-}\underline{\lim}\, S_n = \left\{ v \in X/v = s\text{-}\lim v_n \text{ в } X \text{ при } n \to \infty,\ v_n \in S_n \right\},$$

$$w\text{-}\overline{\lim}\, S_n = \left\{ v \in X/v = w\text{-}\lim v_{n_k} \text{ в } X \text{ при } k \to \infty,\ v_{n_k} \in S_{n_k}, \right.$$
$$\left. (S_{n_k}) - \text{подпоследовательность } (S_n) \right\}.$$

Здесь $s\text{-}\lim$ обозначает предел последовательности в сильной топологии, $w\text{-}\lim$ - в слабой топологии. Как показано в работе [4], введенное определение сходимости $S_n \to S$ в X при $n \to \infty$ эквивалентно сходимости по метрике Хаусдорфа, если X имеет ограниченную размерность.

Зададим некоторый процесс выбора точек $a = (a1, a2)$ в области Ω. Для каждого n составим множество $A_n = \{a_i^n \in \Omega,\ i = 1,\dots, n\}$. Потребуем, чтобы удовлетворялось следующее условие "равномерной аппроксимации области".

(*) Для любой сколь угодно малой окрестности U в Ω существует достаточно большое N, такое что для любого $n \geqslant N$ $A_n \cap U \neq \emptyset$. Это условие выполняется, если, например, покрыть область сеткой с размером ячейки, стремящимся к нулю при $n \to \infty$ и выбрать в качестве A_n внутренние узлы.

Определим последовательность выпуклых и замкнутых множеств

$$K_n = \left\{ w^n(x) \in H_0^2(\Omega)/\ w^n(x) \geqslant \varphi(x),\ x \in A_n \right\}. \tag{4}$$

ЛЕММА I. *$K_n \to K_\varphi$ в $H_0^2(\Omega)$ при $n \to \infty$ в смысле данного определения.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Очевидно, что для каждого n

$$K_n \supset K_\varphi. \tag{5}$$

Если для любого w из K_φ положить $w^n = w \in K_n$, тогда $w^n \to w$ сильно в $H_0^2(\Omega)$ при $n \to \infty$, поэтому условие (i) введенного определения выполнено тривиально.

Докажем (ii). Пусть (w_{n_k}) - какая-либо подпоследовательность из произвольной последовательности (w_n), $w_n \in K_n$ такая, что

$$w_{n_k} \to w \text{ слабо в } H_0^2(\Omega) \text{ при } k \to \infty.$$

Допустим $w \notin K_\varphi$, тогда существует $x_0 \in \Omega\colon w(x_0) < \varphi(x_0)$. В силу вложений $\varphi \in H^2(\Omega) \subset C(\bar{\Omega})$, $w \in H_0^2(\Omega) \subset C(\bar{\Omega})$ существует некоторая окрестность $U(x_0) \in \Omega$, такая что для любого $x \in U(x_0)$ выполняется неравенство $w(x) < \varphi(x)$. Но согласно предположению (*) существует N, и для любого $n_k \geqslant N$ найдется по крайней мере один индекс $i(n_k)$ такой, что $a_{i(n_k)}^{n_k} \in$ $\in U(x_0)$. Тогда $w(a_{i(n_k)}^{n_k}) < \varphi(a_{i(n_k)}^{n_k})$ для любого $n_k \geq N$, т.е. $w \notin K_{n_k}$ – противоречие равномерной сходимости. Действительно, в силу теоремы вложения существует $(w_{n_{k_l}})$ – подпоследовательность (w_{n_k}) такая, что $w_{n_{k_l}} \to w$ равномерно в $C(\bar{\Omega})$ при $l \to \infty$, т.е.

$$|w_{n_{k_l}}(x) - w(x)| \leq \frac{1}{n_{k_l}}, \quad \forall x \in \Omega . \tag{6}$$

Возьмем δ такое, что $0 < \delta < \min\limits_{x \in U(x_0)} (\varphi(x) - w(x))$. Это можно сделать в силу выбора окрестности $U(x_0)$. Поскольку $w_{n_{k_l}} \in K_{n_{k_l}}$, то

$$w_{n_{k_l}}(a_i^{n_{k_l}}) \geq \varphi(a_i^{n_{k_l}}), \quad \forall i = 1,\dots,n_{k_l},$$

следовательно, для любого $n_{k_l} \geq N$ существует $i(n_{k_l})$ такой, что

$$w_{n_{k_l}}(a_{i(n_{k_l})}^{n_{k_l}}) - w(a_{i(n_{k_l})}^{n_{k_l}}) \geq \varphi(a_{i(n_{k_l})}^{n_{k_l}}) - w(a_{i(n_{k_l})}^{n_{k_l}}) > \delta > 0,$$

что противоречит (6). Лемма доказана.

ТЕОРЕМА I. *Пусть $\mathring{w}$ – решение задачи* (1), *w^n – решение задачи* (3) *для каждого n, K_n определены равенством* (4). *Тогда*

$$w^n \to \mathring{w} \text{ сильно в } H_0^2(\Omega) \text{ при } n \to \infty.$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Из включения (5) следует, что $\mathring{w} \in K_n$ для любого n. Подставим $\mathring{w}$ в качестве пробной функции $\tilde{w}^n$ в вариационное неравенство (3), которое перепишем так :

$$\| w^n \|^2_{H_0^2(\Omega)} \leq (\Delta w^n, \Delta\mathring{w}) - (f, \mathring{w} - w^n).$$

Применив неравенство Гельдера, получим равномерно по n оценку

$$\| w^n \|_{H_0^2(\Omega)} \leq const .$$

Вследствие рефлексивности $H_0^2(\Omega)$ существует подпоследовательность (w^{n_k}), $w^{n_k} \in K_{n_k}$ такая, что $w^{n_k} \to w$ слабо в $H_0^2(\Omega)$ при $k \to \infty$. В силу леммы 1 $w \in K_\varphi$. Перепишем вариационное неравенство (3) с пробной функцией $\mathring{w}$ в следующем виде :

$$(\Delta w^{n_k}, \Delta\mathring{w}) \geq \| w^{n_k} \|^2_{H_0^2(\Omega)} + (f, \mathring{w} - w^{n_k}).$$

Переходя в этом неравенстве к $\underline{\lim}$ при $k \to \infty$ и используя слабую сходимость w^{n_k} и слабую полунепрерывность снизу нормы, получим неравенство

$$(\Delta w, \Delta\mathring{w} - \Delta w) \geq (f, \mathring{w} - w).$$

Поскольку $w \in K_\varphi$, подставим w в качестве пробной функции $\tilde{w}$ в (1) :

$$(\Delta\mathring{w}, \Delta w - \Delta\mathring{w}) \geq (f, w - \mathring{w}).$$

Складывая эти два неравенства, получим $w = \mathring{w}$. Итак, существует (w^{n_k}) – подпоследовательность из (w^n) такая, что $w^{n_k} \to \mathring{w}$ слабо в $H_0^2(\Omega)$ при $k \to \infty$. Но в силу единственности решения задачи (1) любая другая слабо сходящаяся подпоследовательность (w^{n_l}) из (w^n) будет также сходиться к $\mathring{w}$; следовательно, и вся последовательность сходится в силу ее ограниченности :

$$w^n \to \mathring{w} \text{ слабо в } H_0^2(\Omega) \text{ при } n \to \infty . \tag{7}$$

Теперь докажем сильную сходимость. Поскольку $\mathring{w} \in K_\varphi$, то используя (5) , можем подставить $\tilde{w}^n = \mathring{w}$ в вариационное неравенство (3) для каждого n, переписанное следующим образом :

$$\| w^n - \mathring{w} \|^2_{H_0^2(\Omega)} \leq (\Delta\mathring{w}, \Delta\mathring{w} - \Delta w^n) - (f, \mathring{w} - w^n).$$

Правая часть в силу (7) стремится к нулю при $n \to \infty$, следовательно, перейдя к пределу, получим :

$$w^n \to \mathring{w} \text{ сильно в } H_0^2(\Omega) \text{ при } n \to \infty. \text{ Теорема доказана.}$$

Усложним предыдущую постановку задачи, аппроксимируя не только область Ω, но и функцию $\varphi \in H^2(\Omega)$, $\varphi < 0$ на $\partial\Omega$, описывающую форму штампа $z = \varphi(x_1, x_2)$. Пусть (φ^n) – последовательность в $H^2(\Omega)$, $\varphi^n < 0$ на $\partial\Omega$ такая, что

$$\varphi^n \to \varphi \text{ сильно в } H^2(\Omega) \text{ при } n \to \infty. \tag{8}$$

Определим замкнутое выпуклое множество K_n для каждого n:

$$K_n = \{w^n(x) \in H_0^2(\Omega) / w^n \geq \varphi^n \quad x \in A_n\}, \tag{9}$$

где A_n – множество точек области Ω, удовлетворяющее условию $(*)$.

ЛЕММА 2. *$K_n \to K_\varphi$ в $H_0^2(\Omega)$ при $n \to \infty$.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Покажем сначала (i). В силу теоремы вложения $H^2(\Omega) \subset C(\bar{\Omega})$, причем существует такая константа c, что

$$\|\varphi^n - \varphi\|_{C(\bar{\Omega})} \leq c \cdot \|\varphi^n - \varphi\|_{H^2(\Omega)}.$$

Следовательно, для достаточно большого n

$$|\varphi^n(x) - \varphi(x)| \leq \frac{1}{n}, \quad \forall x \in \Omega. \tag{10}$$

Возьмем произвольный элемент $w \in K_\varphi$, значит $w \geq \varphi$ в Ω. Для любого фиксированного n существует такая подобласть Ω_n в Ω, что $A_n \subset \Omega_n$, $\bar{\Omega}_n \subset \Omega$. Построим функцию $\chi_n \in H_0^2(\Omega)$ следующим образом :

$$\begin{cases} \chi_n = 1 & \text{в } \bar{\Omega}_n, \\ |D^i \chi_n| \leq const, \quad i = 0,1,2 & \text{в } \Omega \setminus \Omega_n, \\ \chi_n = D\chi_n = 0 & \text{на } \partial\Omega. \end{cases}$$

Положим

$$w_n = w + \frac{1}{n}\chi_n, \tag{11}$$

тогда $w_n \in K_n$. Действительно, для любого $x \in A_n$ в силу (10) имеем

$$w_n(x) = w(x) + \frac{1}{n} 1 \geq \varphi(x) + \frac{1}{n} \geq \varphi^n(x),$$

кроме того, $w_n \to w$ сильно в $H_0^2(\Omega)$ при $n \to \infty$.

Аналогично лемме 1 показывается (ii). Пусть (w_{n_k}) – любая подпоследовательность из произвольной последовательности (w_n), $w_n \in K_n$, такая что

$$w_{n_k} \to w \text{ слабо в } H_0^2(\Omega) \text{ при } k \to \infty.$$

Допустим $w \notin K_\varphi$, тогда по непрерывности существует некоторая окрестность $U(x_0) \in \Omega$, такая что

$$0 < \delta < \min_{x \in U(x_0)} (\varphi(x) - w(x)). \tag{12}$$

Всегда существует достаточно большое N такое, что $\frac{1}{N} < \frac{\delta}{2}$ и, следовательно, для любого $n_k \geq N$

$$\frac{2}{n_k} < \delta < \varphi(x) - w(x), \ \forall x \in U(x_0).$$

Но согласно предположению $(*)$ найдется $N_1 \geq N$, так что для любого $n_k \geq N_1$ есть хотя бы один индекс $i(n_k)$, $1 \leq i(n_k) \leq n_k$ такой, что $a_{i(n_k)}^{n_k} \in U(x_0)$, следовательно, с учетом (10) и (12) получим

$$w(a_{i(n_k)}^{n_k}) < \varphi(a_{i(n_k)}^{n_k}) - \frac{2}{n_k} \leq \varphi^{n_k}(a_{i(n_k)}^{n_k}) - \frac{1}{n_k}. \tag{13}$$

Это неравенство означает $w \notin K_{n_k}$ для любого $n_k \geq N_1$ – противоречие, т.к. по теореме вложения существует $(w_{n_{k_1}})$ – подпоследовательность из (w_{n_k}), сходящаяся равномерно в $C(\bar{\Omega})$, т.е.

$$|w_{n_{k_l}}(x) - w(x)| \le \frac{1}{n_{k_l}}, \quad \forall x \in \Omega . \tag{14}$$

Тогда в точке $x = a^{n_{k_l}}_{i(n_{k_l})} \in U(x_0)$ из (13) и (14) имеем неравенство

$$w_{n_{k_l}} \le w + \frac{1}{n_{k_l}} < \varphi^{n_{k_l}} - \frac{1}{n_{k_l}} + \frac{1}{n_{k_l}} = \varphi^{n_{k_l}}, \quad \text{т.е. } w_{n_{k_l}} \notin K_{n_{k_l}} -$$

- противоречие. Лемма доказана.

ТЕОРЕМА 2. *Пусть* $\mathring{w}$ *- решение задачи* (1), w^n *- решение задачи* (3) *для каждого* n, K_n *определены равенством* (9). *Тогда*

$$w^n \to \mathring{w} \ \text{ сильно в } \ H^2_0(\Omega) \ \text{ при } \ n \to \infty .$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Для произвольного элемента $\tilde{w} \in K_\varphi$ построим согласно (11) сильно сходящуюся последовательность $\tilde{w}^n \in K_n$ и подставим ее в вариационное неравенство (3) :

$$\|w^n\|^2_{H^2_0(\Omega)} \le (\Delta w^n, \Delta \tilde{w}^n) - (f, \tilde{w}^n - w^n). \tag{15}$$

Применив неравенство Гельдера, в силу ограниченности $\tilde{w}^n$ получим $\|w^n\|_{H^2_0(\Omega)} \le const$ равномерно по n. Из рефлексивности $H^2_0(\Omega)$ следует существование подпоследовательности (w^{n_k}) из (w^n) такой, что

$$w^{n_k} \to w \ \text{ слабо в } \ H^2_0(\Omega) \ \text{ при } \ k \to \infty, \ \text{ где } \ w \in K_\varphi$$

в силу (ii) предыдущей Леммы. Теперь перепишем (15) в следующем виде:

$$(\Delta w^{n_k}, \Delta \tilde{w}^{n_k}) \ge \|w^{n_k}\|^2_{H^2_0(\Omega)} + (f, \tilde{w}^{n_k} - w^{n_k})$$

Вследствие слабой сходимости w^{n_k}, сильной сходимости $\tilde{w}^{n_k}$ и слабой полунепрерывности снизу нормы, можно совершить переход в этом неравенстве к нижнему пределу при $k \to \infty$. Получим

$$(\Delta w, \Delta \tilde{w} - \Delta w) \ge (f, \tilde{w} - w), \quad \forall \tilde{w} \in K_\varphi .$$

Но тогда в силу единственности решения вариационного неравенства (1) $w = \mathring{w}$ и вся последовательность сходится

$$w^n \to \mathring{w} \ \text{ слабо в } \ H^2_0(\Omega) \ \text{ при } \ n \to \infty. \tag{16}$$

Т.к. $\mathring{w} \in K_\varphi$, то можно применить лемму 2 и построить сильно сходящуюся последовательность $\mathring{w}^n \in K_n : \mathring{w}^n \to \mathring{w}$ сильно в $H^2_0(\Omega)$ при $n \to \infty$.

Перепишем неравенство (3) с $\tilde{w}^n = \mathring{w}^n$, добавляя к обеим частям выражение $2(\Delta w^n, \Delta \mathring{w}) - \|\mathring{w}\|^2_{H^2_0(\Omega)}$, тогда

$$\|w^n - \mathring{w}\|^2_{H^2_0(\Omega)} \le (\Delta w^n, \Delta \mathring{w}^n - \Delta \mathring{w}) + (\Delta \mathring{w}, \Delta \mathring{w} - \Delta w^n) - (f, \mathring{w}^n - w^n).$$

Используя (16) и (17), перейдем к пределу при $n \to \infty$ в этом неравенстве, что дает искомое $\|w^n - \mathring{w}\|_{H^2_0(\Omega)} \to 0$ при $n \to \infty$.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Теорема 1 является следствием теоремы 2 при $\varphi^n = \varphi$.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Если вместо условия (8) положить

$$\varphi^n \to \varphi \ \text{ слабо в } \ H^2(\Omega) \ \text{ при } \ n \to \infty,$$

то лемма 2 оказывается верна лишь для подпоследовательности (K_{n_k}) из (K_n). Действительно, в таком случае теоремы вложения гарантируют существование подпоследовательности (φ^{n_k}) из (φ^n), сходящейся равномерно в $C(\bar{\Omega})$. Тогда можно утверждать, применив теорему 2, что $w^{n_k} \to \mathring{w}$ сильно в $H^2_0(\Omega)$ при $k \to \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хлуднев А.М. Оптимальное управление вариационным неравенством в контактной задаче для пластины. - Динамика сплошной среды 87. - Новосибирск. - 1988. - с.122-135.

2. Хлуднев А.М. Оптимальное управление пластиной над препятствием. Сибирский математический журнал. - т.31. - № 1. - Новосибирск. - 1990. - с.172-179 .

3. Дюво Г., Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. - М.: Наука. - 1980.

4. Mosco U. Convergence of convex sets and of solutions of variational inequalities. - Adv. Math. - v.3. - No 4. - 1969. - p.510-584 .

Сибирское отделение АН СССР · Институт гидродинамики
ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ
СОВРЕМЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ
выпуск 103, 1991 г.

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ

Краснощек Н.В.

Рассматривается задача оптимизации формы упругой пластины, защемленной на границе, в двух случаях: 1) равновесие под действием внешней силы, 2) контакт с жестким штампом. Состояние пластины находится в первом случае из уравнения

$$u \in H_0^2(\Omega) : (\Delta u, \Delta h) = (f, h) \quad \forall h \in H_0^2(\Omega),$$

во втором - из вариационного неравенства

$$u \in K : (\Delta \bar{u}, \Delta \bar{u} - \Delta u) \geqslant (f, \bar{u} - u) \quad \forall \bar{u} \in K,$$

где

$$K = \left\{ v \in H_0^2(\Omega) \middle| v \geqslant \varphi \quad \text{п.в.} \quad \text{в} \quad \Omega \right\}.$$

Пусть Ω - ограниченная, односвязная область в R^2, ее граница состоит из двух частей - заданной (Γ') и неизвестной (Γ), пересечением которых являются точки $x = 0$; $x = 1$ оси $y = 0$. Кривая Γ' имеет вид $\gamma'(x,y) = 0$, а Γ - $y = \gamma(x)$, $x \in [0;1]$, причем функция γ варьируется на множестве

$$P_{H,\alpha} = \left\{ \gamma \in C_0^{2,\alpha}\,[0;1] \;\middle|\; |\gamma|_{C^{2,\alpha}[0;1]} \leqslant H \right\}.$$

Функция γ' - такая, что в соответствии с определением $P_{H,\alpha}$